



**Universidade de
Aveiro**

Departamento de Engenharia Civil

Ano 2013

**Natalino Almeida Dos
Reis**

**DESENVOLVIMENTO DE UM PROGRAMA DE
VERIFICAÇÃO AO PUNÇOAMENTO**



Universidade de Aveiro

Departamento de Engenharia Civil

Ano 2013

**Natalino Almeida Dos
Reis**

DESENVOLVIMENTO DE UM PROGRAMA DE VERIFICAÇÃO AO PUNÇAMENTO

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, realizada sob a orientação científica do Doutor Paulo Barreto Cachim, Professor Associado do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro e coorientação científica do Doutor Miguel Nuno Lobato de Sousa Monteiro de Moraes, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro.

Dedico este trabalho à minha família e em especial ao meu pai pelo apoio.

o júri

Presidente

Prof. Doutor Carlos Daniel Borges Coelho

professor auxiliar do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Miguel Ângelo Carvalho Ferraz

professor auxiliar do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Prof. Doutor Paulo Barreto Cachim

professor associado do Departamento de Engenharia Civil da Universidades de Aveiro

Prof. Doutor Miguel Nuno Lobato de Sousa Monteiro de Morais

professor auxiliar do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Aveiro

agradecimentos

Segue um especial agradecimento às pessoas que de uma forma ou de outra contribuíram para que isto seria possível.

Um especial agradecimento ao meu pai por ter confiado e acreditado que seria possível. À minha família pelo carinho e amizade durante toda a minha vida.

Aos meus amigos B402E pelo apoio. Um especial agradecimento a Eriksson Monteiro pelo apoio e incentivo.

Aos Professores Paulo Cachim e Miguel Morais pela orientação.

palavras-chave

Punçoamento, Lajes fungiformes, Eurocodigo 2, Software em C#.

Resumo

O presente trabalho consiste no desenvolvimento de uma ferramenta informática para a verificação da resistência ao punçoamento segundo o Eurocódigo 2. O programa fará a verificação ao punçoamento das lajes maciças e aligeiradas com zonas maciças junto aos apoios. Podendo essas sobre capitel ou não, apoiando tanto nos pilares interiores retangulares como circulares, bem como nos pilares de bordo e de canto. Ainda nas lajes pode existir ou não abertura junto ao apoio. Também faz-se a verificação nas sapatas interiores e ensoleiramento geral podendo este ter ou não capitel.

A ferramenta foi pensada de forma a permitir uma rápida e expedita verificação ao punçoamento. Foi desenvolvido uma interação como o programa *Microsoft Excel* que permite exportar os dados do programa, e que posteriormente o utilizador pode fazer um melhor tratamento desses dados.

A linguagem de programação utilizada foi *C#*, por ser um tipo de linguagem bastante organizada e intuitiva.

keywords

Punching, Flat slab, Eurocode 2, Software in C#.

abstract

The present work is the development of software for checking the punching according to Eurocode 2. The program will check punching of solid slabs and alleviated with massive in the support areas. And such about chapter or not, supporting both the rectangular and circular interior pillars and the pillars edge and corner. Although the slabs can exist or not opening with the support. Also it is checking the concrete foundations and indoor mat foundation may generally have this helm or not.

The tool is designed to allow a quick and expeditious verification puncturing. Was developed as an interaction program Microsolt Excel that allows you to export the data of the program, and then the user can do a better processing.

The programming language used was C #, being a type of language that is very organized and intuitive.

ÍNDICE

| | |
|---|--------------|
| ÍNDICE DE FIGURAS | xix |
| ÍNDICE DE TABELAS..... | xxiii |
| GLOSSÁRIO DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS | xxv |
| 1. INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1- Aspetos gerais | 1 |
| 1.2- Objetivo..... | 1 |
| 1.3- Organização da dissertação | 2 |
| 2. ENQUADRAMENTO GERAL | 3 |
| 2.1. Casos de colapso por Punçoamento | 4 |
| 2.2. Mecanismo do punçoamento | 6 |
| 2.2.1. Mecanismo de resistência ao punçoamento | 6 |
| 2.2.2. Mecanismo de rotura por punçoamento..... | 8 |
| 2.3. Caso de Estudos sobre o punçoamento..... | 9 |
| 3. REGULAMENTOS A APILCAR NO CÁLCULO AO PUNÇOAMENTO..... | 23 |
| 3.1 REBAP - Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado | 23 |
| 3.2 Regulamento Britânico, BS 8110: 1997 | 25 |
| 3.3 Norma Brasileira, ABNT NBR 6118; 2003..... | 27 |
| 3.4 Regulamento Americano, ACI 318 – 08..... | 29 |
| 3.5 CEB – FIP Model Code 2010 | 31 |
| 3.6 Eurocódigo2 - NP EN 1992-1-1, 2010 | 33 |
| 4 CÁLCULO AO PUNÇOAMENTO..... | 37 |
| 4.1 Lajes sem capitel | 37 |
| 4.1.1 Perímetro de controlo..... | 37 |
| 4.1.2 Cálculo do parâmetro β | 42 |
| 4.1.3 Resistência ao punçoamento | 48 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.1.4 | Armadura de punçoamento | 51 |
| 4.1.5 | Exemplos | 55 |
| 4.2 | Lajes sobre capitéis | 63 |
| 4.2.1 | Perímetro de controlo | 65 |
| 4.2.2 | Cálculo do parâmetro β | 71 |
| 4.2.3 | Resistência ao punçoamento | 73 |
| 4.2.4 | Exemplo:..... | 74 |
| 4.3 | Sapatas | 76 |
| 4.4 | Ensoleiramento geral | 77 |
| 5 | PROGRAMA DE CALCULO | 81 |
| 5.1 | Linguagem de programação..... | 82 |
| 5.2 | A apresentação do programa..... | 82 |
| 5.2.1 | Iniciar o programa | 84 |
| 5.2.2 | Escolha de dados | 84 |
| 5.2.3 | Janelas de cálculo | 86 |
| 5.2.4 | Barra de menus | 92 |
| 5.2.5 | Iniciar a verificação..... | 94 |
| 5.2.6 | Verificação | 95 |
| 5.2.7 | Dimensionamento | 96 |
| 5.2.8 | Saída dos resultados..... | 97 |
| 5.2.9 | Considerações gerais sobre o programa | 98 |
| 5.3 | Exemplo..... | 99 |
| 5.3.1 | Pilar de bordo com abertura | 99 |
| 5.3.2 | Sapata..... | 105 |
| 6 | CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS..... | 111 |
| 6.1 | Conclusão | 111 |

| | | |
|----------|---------------------------|------------|
| 6.2 | Trabalhos Futuros..... | 111 |
| 7 | BIBLIOGRAFIA | 113 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura: 2.1 - Modelo para verificação no estado limite último [12] | 3 |
| Figura: 2.2 - Harbour Cay Condominium depois de colapso total [1] | 4 |
| Figura: 2.3 - <i>Sampoong Department Store</i> após o colapso total [13] | 5 |
| Figura: 2.4 - Colapso parcial da laje do quinto piso do <i>Pipers Row Car</i> (20-03-1997) [3] | 6 |
| Figura: 2.5 - Mecanismo de resistência ao punçoamento [14] | 7 |
| Figura: 2.6 - Mecanismo de resistência ao punçoamento [14] | 7 |
| Figura: 2.7 - Esquema de fendilhação de uma laje de betão armado sujeita ao punçoamento [15] | 8 |
| Figura: 2.8 - Esquema de rotura ao punçoamento de uma laje de betão armado [16] | 8 |
| Figura: 2.9 - Evolução da flecha por percentagem da carga [17] | 9 |
| Figura: 2.10 – Definição geométrica dos modelos ensaiados [5] | 10 |
| Figura: 2.11 - Armaduras dos modelos ensaiadas [5] | 11 |
| Figura: 2.12 – Pormenorização do reforço com FRP I e II respetivamente [5] | 13 |
| Figura: 2.13- Padrão de fendilhação na rotura dos modelos SX-GF e SX-GF-SB, Respetivamente.. | 14 |
| Figura: 2.14 - Padrão de fendilhação na rotura do modelo SH-GF. Vista superior e lateral..... | 14 |
| Figura: 2.15 – Relação carga-deformação para o modelo com e sem armadura de punçoamento [6] | 15 |
| Figura: 2.16 - Detalhes da configuração do ensaio [6] | 17 |
| Figura: 2.17 - (b) Geometria do modelo a ensaiar; e (c) a localização de medidas de rotação. [6] | 17 |
| Figura: 2.18 - Padrão de fissuração após o ensaio [6] | 18 |
| Figura: 2.19 - Curvas de carga normalizadas - rotação dos modelos [6] | 19 |
| Figura: 3.1 - Perímetro de contorno crítico considerado no REBAP [7] | 23 |
| Figura: 3.2 - Perímetros de contorno crítico considerado na BS 8110-1; 1997 [8] | 25 |
| Figura: 3.3 - Perímetro de contorno crítico em pilares interiores considerado na Norma Brasileira NBR6118-2003 [9] | 27 |
| Figura: 3.4 - Perímetro de contorno crítico considerado no ACI 318-08 [10] | 29 |
| Figura: 3.5 - Perímetro de controlo típico em torno dos pilares. MC 2010 [11] | 31 |

| | |
|---|----|
| Figura: 3.6 - Perímetro de contorno crítico nos pilares interiores considerado no EC 2 [12] | 34 |
| Figura: 4.1 - Perímetro do controlo junto a uma abertura [12]..... | 38 |
| Figura: 4.2 - Perímetro crítico u_1 de um pilar interior retangular | 39 |
| Figura: 4.3 - Perímetro de controlo de um pilar interior circular..... | 39 |
| Figura: 4.4 - Primeiros perímetros de controlo para áreas carregadas junto a um bordo livre, u_1 | 40 |
| Figura: 4.5 - Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido, $u_1 * [12]$ | 41 |
| Figura: 4.6 - Primeiro perímetro de controlo para áreas carregadas junto a um canto [12]..... | 41 |
| Figura: 4.7 - Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido [12] | 42 |
| Figura: 4.8 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar [12] | 43 |
| Figura: 4.9 – Demonstração de como calcular W_1 de um segmento de reta | 44 |
| Figura: 4.10 - Demonstração de como calcular o w_1 de um arco..... | 44 |
| Figura: 4.11 - Pilar circular..... | 46 |
| Figura: 4.12 - Valores recomendados para β [12] | 48 |
| Figura: 4.13 - Modelo de verificação de punção no estado limite último do EC2 (2010)..... | 49 |
| Figura: 4.14 - Espaçamento de estribos [12]..... | 52 |
| Figura: 4.15 - Perímetro de controlos para pilares interiores [12]. | 52 |
| Figura: 4.16 - Espaçamento de varões inclinados [12]..... | 53 |
| Figura: 4.17 - Armadura de bordo livre numa laje [12]..... | 54 |
| Figura: 4.18 - Parâmetros a ter em conta na verificação | 60 |
| Figura: 4.19 - Laje sobre capitel com $lH < 2hH$ [12] | 63 |
| Figura: 4.20 - Perímetro de controlo de uma laje sobre capitel retangular | 64 |
| Figura: 4.21 - Laje sobre capitel com $lH < 2(d + hH)$ [12]..... | 65 |
| Figura: 4.22 - Laje sobre capitel que apoia sobre um pilar interior | 66 |
| Figura: 4.23 - Primeiro perímetro de controlo para as áreas carregadas junto a um bordo livre ... | 68 |
| Figura: 4.24 - Primeiro perímetro de controlo para áreas carregadas junto a um canto..... | 70 |

| | |
|--|-----|
| Figura: 5.1 – O Fluxograma do programa <i>XD-Punching</i> | 83 |
| Figura: 5.2 - Janela de apresentação..... | 84 |
| Figura: 5.3 - Janela de escolha dos dados - Outros materiais..... | 85 |
| Figura: 5.4 - Exemplo de introdução de novos materiais..... | 85 |
| Figura: 5.5 - Janela de escolha dos dados | 86 |
| Figura: 5.6 - Janela de verificação ao punçoamento na ligação laje - pilar interior retangular | 87 |
| Figura: 5.7 - Janela de verificação ao punçoamento de uma ligação laje com abertura junto ao pilar interior retangular..... | 88 |
| Figura: 5.8 - Janela de verificação ao punçoamento na ligação laje sobre capitel e pilar de bordo | 89 |
| Figura: 5.9 - Janela de verificação ao punçoamento na ligação laje sobre capitel com abertura - pilar interior retangular..... | 90 |
| Figura: 5.10 - Janela de verificação ao punçoamento da sapata isolada do pilar interior retangular | 91 |
| Figura: 5.11 - Janela de verificação ao punçoamento do ensoleiramento geral com capitel sob um pilar interior retangular..... | 92 |
| Figura: 5.12 - Menu Ficheiro | 93 |
| Figura: 5.13 - Menu Ajuda | 93 |
| Figura: 5.14 - Janela de introdução de dados | 95 |
| Figura: 5.15 - Janela de introdução de verificação..... | 96 |
| Figura: 5.16 – Dimensionamento das armaduras de punçoamento..... | 97 |
| Figura: 5.17 - Erro de introdução de valores negativos | 99 |
| Figura: 5.18 – Escolha de dados..... | 100 |
| Figura: 5.19 - Introdução de dados | 101 |
| Figura: 5.20 – Janela de verificação | 102 |
| Figura: 5.21 - Dimensionamento das armaduras de punçoamento | 103 |
| Figura: 5.22 - Exemplo de folha de cálculo de exportação dos dados..... | 103 |
| Figura: 5.23 – Dados..... | 106 |
| Figura: 5.24 - Entrada de dados | 106 |

| | |
|--|-----|
| Figura: 5.25 – Verificação | 107 |
| Figura: 5.26 - Comportamento da sapata ao punçoamento..... | 109 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|--|-----|
| Tabela 2.1 - Detalhes dos modelos de El. Salakawy, Soudki e Polak [5] | 12 |
| Tabela 2.2 - Resumo dos ensaios realizados por El-Salakawy, Soudki e Polak [5] | 14 |
| Tabela 2.3 - Principais parâmetros dos modelos ensaiados [6] | 16 |
| Tabela 2.4 - Comparação dos resultados [6] | 21 |
| Tabela 3.1 - Valores da tensão τ_1 [7] | 24 |
| Tabela 3.2 - Rotação da laje em torno do pilar na zona exterior á rotura [12] | 33 |
| Tabela 3.3 - Resumo dos regulamentos / código que aborda o problema de punçoamento | 36 |
| Tabela 4.1- Valor de k para áreas carregadas retangulares [12] | 43 |
| Tabela 4.2 - Valores de k para áreas carregadas junto a um bordo livre..... | 47 |
| Tabela 4.3- Valores de k para áreas carregadas retangulares | 71 |
| Tabela 4.4- Valores de K para áreas carregadas junto a um bordo livre | 72 |
| Tabela 4.5 - Parâmetros para verificação do punçoamento (Cachim 2003)..... | 77 |
| Tabela 4.6 - Quadro resumo da 1ª verificação ao punçoamento do ensoleiramento geral..... | 78 |
| Tabela 4.7 - Quadro resumo da 2ª verificação ao punçoamento do ensoleiramento geral..... | 79 |
| Tabela 5.1 - Comparação dos resultados do cálculo feito à mão versus programa | 105 |

GLOSSÁRIO DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Letras Maiúsculas Latinas

- A_{sl} - Área da secção de uma armadura longitudinal
- $A_{s,min}$ - Área da secção mínima da armadura
- A_{sw} - Área transversal da totalidade das armaduras específicas de punçoamento
- D - Diâmetro do pilar
- F_{sd} - Força ou reação concentrada, de cálculo
- M_{Ed} - Valor de cálculo do momento fletor atuante
- $M_{Ed,x}$ - Valor de cálculo do momento fletor atuante em torno do eixo x
- $M_{Ed,y}$ - Valor de cálculo do momento fletor atuante em torno do eixo y
- S_r - Espaçamento dos estribos na direção radial
- S_t - Espaçamento dos estribos na direção tangencial
- V_{Ed} - Valor de cálculo do esforço transversal atuante
- V_{Rd} - Valor de cálculo do esforço resistente de punçoamento [REBAP]
- V_t - Valor de cálculo do esforço atuante de punçoamento,
- W_1 - Parâmetro geométrico

Letras Minúsculas Latinas

- b_x - Dimensão do pilar na direção do eixo x
- b_y - Dimensão do pilar na direção do eixo y
- c_1 - Dimensão do pilar na paralela à excentricidade da carga
- c_2 - Dimensão do pilar na perpendicular à excentricidade da carga
- d - Altura útil da laje
- d_g - Dimensão máxima dos agregados
- d_x - Alturas úteis na direção x
- d_y - Alturas úteis na direção y
- e - Distância de dl ao eixo em torno do qual atua o momento M_{Ed}
- $epar$ - Excentricidade paralela ao bordo da laje
- f_{cd} - Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
- f_{ck} - Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idades

$f_{ck,cub}$ - Valor característico da tensão resistente à compressão do betão, referido a provetes cúbicos

f_{yd} - Valor de cálculo de tensão de cedência do aço

f_{syd} - Valor de cálculo de tensão de cedência do aço

$f_{ywd,ef}$ - Valor de cálculo da tensão efetiva de cedência das armaduras

k_{ϕ} - Parâmetro que depende das rotações da laje em torno do pilar

k_e - Fator de redução do perímetro de controlo

rec - Recobrimento mecânico das armaduras

u - Perímetro do contorno crítico de punçoamento

u_0 - Perímetro de controlo junto à face do pilar;

u_{01} - Perímetro de controlo junto à face do capitel;

u_1 - Primeiro perímetro de controlo

u_e - Perímetro de controlo exterior ao capitel

u_i - Perímetro de controlo interior ao capitel

u_i - Perímetro de controlo a considerar

$u_{out,ef}$ - Perímetro de controlo para o qual não é necessário armadura de punçoamento

$v_{Ed,0}$ - Valor de cálculo do punçoamento atuante (no junto à face do pilar)

v_{min} - Resistência mínima ao punçoamento

$v_{Rd,c}$ - Valor de cálculo da resistência ao punçoamento

$v_{Rd,cs}$ - Resistência ao punçoamento sem armaduras específicas

$v_{Rd,máx}$ - Valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo do elemento

x e y - coordenadas

Letras minúsculas Gregas

η - Coeficiente

τ_1 - Tensão

α - Ângulo formado pelas armaduras específicas de punçoamento com o plano da laje

β_c - Quociente entre os lados maior e menor do pilar [ACI]

ϕ_c - Coeficiente de segurança do betão [ACI]

| | |
|-----------------|--|
| α_c | - Coeficiente [ACI] |
| ρ | - Taxa geométrica de armadura de flexão aderente |
| ρ_l | - Percentagem da armadura longitudinal |
| ρ_x | - Taxas de armadura na direções x |
| ρ_y | - Taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas |
| ξ | - Não deve ser tomado inferior a 1 no caso de ser atendida a condição |
| β | - Coeficiente |
| γ_c | - Coeficiente |
| θ | - Angulo |
| σ_{cp} | - Tensão de compressão na zona crítica, derivadas do pré-esforço |
| σ_{sw} | - Corresponde à tensão que a armadura de punçoamento tem capacidade para mobilizar |
| α | - Ângulo entre as armaduras de punçoamento e a laje |
| ΔV_{Ed} | - Reação vertical útil no interior do perímetro de controlo considerado |

Abreviaturas

| | |
|-------|---|
| ACI | - Instituto Americano de Betão (do inglês « <i>American Concrete Institute</i> ») |
| BS | - <i>British Standard</i> |
| CEB | - Comité Euro-Internacional de Betão (do francês « <i>Comité Euro-International du Béton</i> ») |
| CFRP | - Carbon Fiber Reinforced Polymers |
| EC2 | - Eurocodigo2 |
| FIB | - Federação Internacional de Betão (do francês « <i>Fédération Internationale du Béton</i> ») |
| GFRP | - Glass Fiber Reinforced Polymers |
| NBR | - Norma Brasileira |
| REBAP | - Regulamento de estrutura de em Betão Armado e Pré-esforçado |
| MC | - Model Code |

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho refere ao desenvolvimento de uma ferramenta informática denominada de *XD-Punching - Xpress Design of Punching in concrete* que permitirá a verificação da resistência ao punçoamento nas lajes maciças, nas lajes aligeiradas com zonas maciças sobre os pilares, nas sapatas isoladas e ensoleiramento geral, segundo o EC2.

1.1- Aspetos gerais

O punçoamento é um dos fenómenos mais complexos no dimensionamento de estruturas de betão armado, principalmente porque se dá numa zona de ligação laje - pilar. A rotura da laje pelo pilar advém da concentração dos esforços na zona adjacente a este, podendo ocorrer rotura local ou total, por colapso progressivo, por causa do aumento dos esforços nos pilares vizinhos.

A correta previsão da resistência ao punçoamento, em lajes sem armadura de punçoamento, percebendo a influência de fatores como a espessura da laje, a quantidade de armadura longitudinal, a dimensão transversal dos pilares ou a classe de resistência do betão permite uma otimização melhor do que o dimensionamento das armaduras de punçoamento.

1.2- Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um programa de verificação da resistência ao punçoamento, tanto nas lajes como para as fundações (sapatas e ensoleiramento geral) segundo o EC2 (NP EN 1992 – 1-1_2010). Este programa terá em conta a verificação da resistência ao punçoamento das lajes apoiadas nos pilares (interior, canto e bordo), com ou sem capitel, também o programa permite o dimensionamento das armaduras de punçoamento caso não verifique a resistência ao

punçoamento. Fará também a verificação da resistência ao punçoamento nas sapatas e ensoleiramento geral.

1.3- Organização da dissertação

Este trabalho está organizado por capítulos, são eles: Enquadramento Geral, Regulamentos a aplicar no Cálculo ao Punçoamento, Cálculo ao Punçoamento, Programa de Cálculo e por fim Conclusão e Trabalhos Futuros.

No Capítulo 2 – Enquadramento Geral - Neste capítulo será feito um enquadramento do problema punçoamento, alguns casos de colapso por punçoamento, mecanismo de punçoamento e alguns casos de estudo do punçoamento.

No Capítulo 3 – Regulamentos a aplicar no Cálculo ao Punçoamento – apresenta alguns regulamentos / códigos que abordam o problema de punçoamento pela ordem cronológica, bem como uma comparação entre eles.

No Capítulo 4 – Cálculo ao punçoamento – O presente capítulo aborda o cálculo ao punçoamento segundo o EC2, as sucessivas verificações que devem ser feitas e o dimensionamento das armaduras caso não verifica a resistência ao punçoamento (Laje sem capitel).

No Capítulo 5 – Programa de Cálculo – Apresentação do programa, em que consiste o programa e a funcionalidade do programa.

No Capítulo 6 – Conclusão e Trabalhos Futuros - Apresentação das conclusões referentes ao trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

No Capítulo 7 – Referencias Bibliográfica – Neste capítulo serão apresentadas as referências bibliográficas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho.

2. ENQUADRAMENTO GERAL

A rotura por punçoamento ocorre nas regiões próximas das forças concentradas ou a pequenas áreas carregadas, como é o caso da ligação laje-pilar. Esta forma de rotura se caracteriza pelo deslocamento vertical da laje ao longo de uma superfície troncocónica, cujas geratrizes possuem inclinação de aproximadamente 26.6° em relação ao plano médio da laje. Outro fator importante é o da armadura de flexão não atingir o seu limite de escoamento, sendo, portanto, uma rotura do tipo frágil.

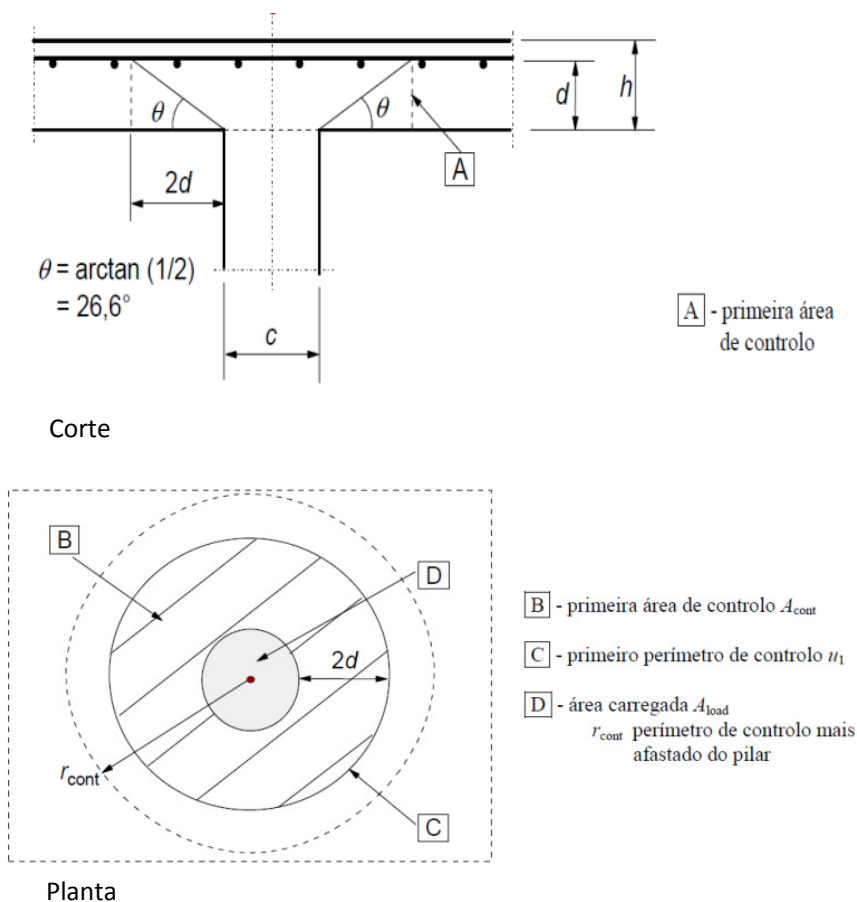


Figura: 2.1 - Modelo para verificação no estado limite último [12]

A rotura por punçoamento, embora seja um fenómeno localizado, pode, em alguns casos dar início a uma rotura progressiva e ao colapso total da estrutura, uma vez que a perda de um ponto de apoio irá aumentar os esforços nos apoios vizinhos, podendo mesmo

originar elevados prejuízos traduzidos em perdas humanas e materiais. Como exemplo, é de destacar alguns casos de colapso de edifícios.

Serão descritas alguns ensaios de estudos da resistência ao punçoamento bem como serão ainda mencionadas as recomendações presentes em alguns códigos e/ou regulamento que tratam o problema.

2.1. Casos de colapso por Punçoamento

▪ *Harbour Cay Condominium, Florida, 1981*

A 27 de Março de 1981 durante a construção do quinto andar do *Harbour Cay Condominium* [1] em Cocoa Beach, Flórida, desabou durante a colocação do betão na laje de cobertura, fazendo 11 vítimas mortais e mais 23 feridos.

Uma investigação do acidente foi realizada pelo National Bureau of Standards (NBS), a pedido do OSHA (Occupational Safety and Health Administration).

Com base nos resultados apontaram como a causa mais provável da falha foi a fraca resistência às cargas aplicadas.



Figura: 2.2 - Harbour Cay Condominium depois de colapso total [1]

▪ *Sampoong Department Store, Suel, Coreia do Sul - 1995*

Em 1995 registou um dos mais graves acidentes ocorrido em Suel, Coreia do Sul. *Sampoong Department Store* [2] construído em 1987. Originalmente concebido para apartamentos, com quatro andares, foi alterado para uma grande loja, isto envolveu

corte numa série de pilares a fim de instalar escadas rolantes. Mais tarde, um quinto andar foi adicionado, que foi projetado para ser uma pista de patinagem, mas por razões comerciais acabou por servir de restaurantes com uma base aquecida de betão com tubos de água quente, aumentando assim uma carga extra, com a instalação da unidade de ar condicionado no telhado do edifício agravou ainda mais a sua situação.



Figura: 2.3 - *Sampoong Department Store* após o colapso total [13]

▪ ***Pipers Row Multi-Storey*** [3]

Este parque de estacionamento foi construído em 1965, teve um colapso parcial da laje do último piso durante a noite de 20 de março de 1997. Os relatórios iniciais identificaram que a rotura deu junto a um pilar que conduziu a um colapso progressivo com falhas semelhantes aos oito pilares adjacente. Felizmente, o parque de estacionamento estava vazio, por isso não houve feridos, mas com o encerramento e posteriormente a demolição de todo parque de estacionamento com 400 espaços causou uma perturbação substancial para o Wolverhampton.

Algumas das causas apontadas para este acidente são o baixo recobrimento da armadura da laje que levou à sua corrosão, a aplicação de betão de fraca qualidade e baixa homogeneidade e ainda a redução da espessura da laje.



Figura: 2.4 - Colapso parcial da laje do quinto piso do *Pipers Row Car* (20-03-1997) [3]

2.2. Mecanismo do punçoamento

Quando a rotura por punçoamento é acompanhado de colapso progressivo tem tido um papel importante na enfatização de problemas estruturais de menor dimensão, gerando efeitos catastróficos quando comparados com a causa inicial.

Naturalmente, os acidentes que ocorreram ao longo da história representam bons casos de estudo e de prevenção, por esses motivos, devem ser analisados por forma a evitar novos episódios desastrosos.

2.2.1. Mecanismo de resistência ao punçoamento

O mecanismo de resistência ao punçoamento, representado na Figura: 2.5 pode ser entendido como um leque de respostas que a estrutura fornece para contrariar as cargas verticais que desencadeiam este mecanismo. Estas respostas são dadas através de esforços que se vão gerando na periferia do pilar devido às interações entre materiais (betão – aço e inertes – inertes), entre a estrutura e as cargas aplicadas. As interações citadas podem ser classificadas como:

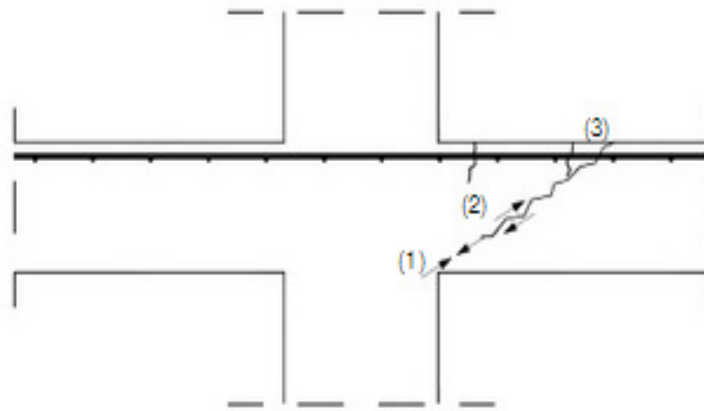


Figura: 2.5 - Mecanismo de resistência ao punçoamento [14]

Da Figura: 2.5 temos:

- (1) Força de compressão radial;
- (2) Atrito entre os inertes;
- (3) Efeito de ferrolho (ocorre quando, na presença da fenda, existe um deslizamento suficiente para mobilizar a armadura de reforço que atravessa a interface.)

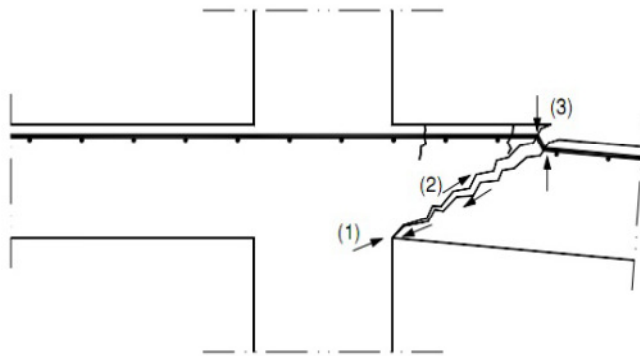


Figura: 2.6 - Mecanismo de resistência ao punçoamento [14]

Da Figura: 2.6 temos:

- (1) Componente vertical da compressão radial;
- (2) Componente vertical da força de atrito entre os inertes na fenda circunferencial;
- (3) Componente vertical do efeito de ferrolho: Força de corte transferida através das armaduras de flexão que atravessam a fenda de punçoamento.

2.2.2. Mecanismo de rotura por punçoamento

A rotura por punçoamento está associada à aplicação de cargas concentradas a elementos, que geralmente apresentam pequenas dimensões na direção da sua aplicação. Estas condições verificam-se no caso das lajes fungiformes maciças, das lajes aligeiradas com zonas maciças sobre os pilares, e fundações (sapatas e ensoleiramento geral).

No caso das lajes fungiformes, onde a transferência de forças e momentos entre a laje e o pilar provocam elevadas tensões junto a este, devido às quais se inicia um processo de fendilhação, que pode conduzir à rotura da laje por punçoamento. As ações sísmicas sobre as lajes fungiformes aumentam a excentricidades da carga a transmitir ao pilar agravando as características resistentes ao punçoamento.

A capacidade resistente ao punçoamento de uma laje fungiforme depende principalmente da geometria do pilar ou da área carregada, da espessura da laje, da resistência do betão, da qualidade de armadura de flexão, da existência de armadura específica de punçoamento e do fato da laje ser ou não pré-esforçada. Condicionam ainda a resistência ao punçoamento, a existência de cargas excêntricas, a existência de abertura nas lajes próximas do pilar e a localização do pilar (pilar de bordo, pilar de canto ou pilar interior).

A Figura: 2.7eFigura: 2.8 apresenta o esquema de fissuração e a rotura ao punçoamento respetivamente.

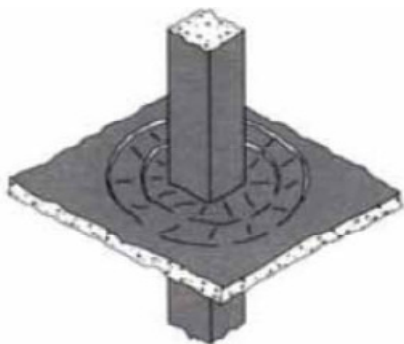


Figura: 2.7 - Esquema de fendilhação de uma laje de betão armado sujeita ao punçoamento [15]

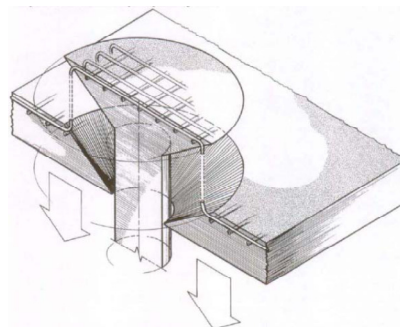


Figura: 2.8 - Esquema de rotura ao punçoamento de uma laje de betão armado [16]

2.3. Caso de Estudos sobre o punçoamento

▪ Ghali, Sargious e Huizer (1974)

Ghali, Sargious e Huizer [4] realizaram ensaios em modelos de lajes fungiformes reforçadas através da introdução de parafusos verticais pré-esforçados, colocados transversalmente junto ao pilar. Com estes ensaios os autores verificaram que é possível retardar ou mesmo evitar a rotação e a abertura da fenda inclinada, fenda essa necessária para a formação da superfície de rotura, conduzindo a um aumento na resistência das lajes ao punçoamento. Os modelos reforçados apresentaram um aumento de cargas últimas de 67 % a 92 % em relação ao modelo similar de referência, não reforçado.

Nos modelos sem armadura específica de punçoamento e nem reforço transversal a superfície de rotura interceitou a face em compressão junto ao pilar, enquanto nas lajes com reforço transversal a superfície interceitou a face em compressão fora das placas de ancoragem dos parafusos.

Para além do aumento da carga de rotura ao punçoamento, com este reforço, os modelos tornaram mais dúcteis, admitindo maiores deformações antes de ocorrer a rotura. Esta é uma característica importante na ligação pilar-laje, para um melhor comportamento a ações dinâmicas, nomeadamente ao sismo.

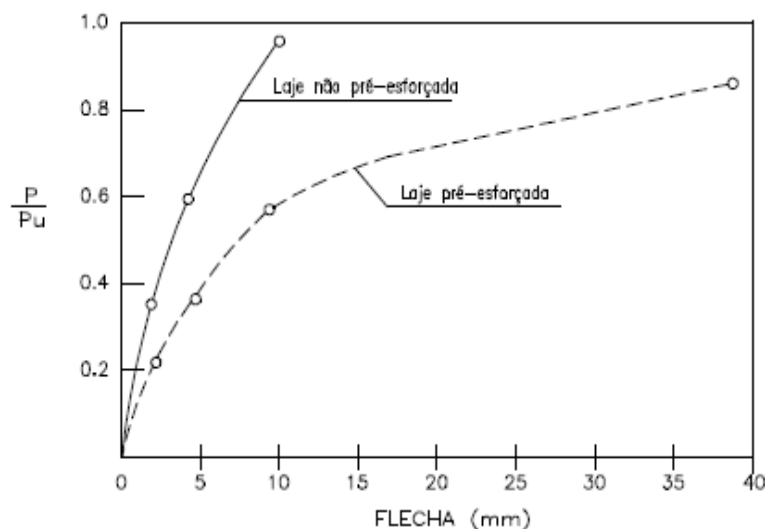
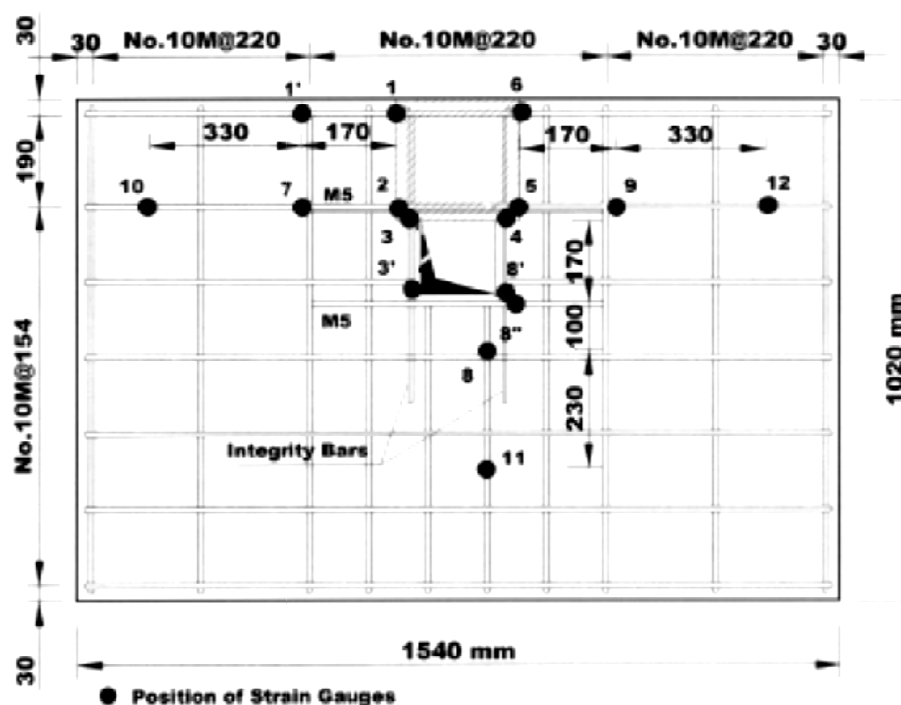


Figura: 2.9 - Evolução da flecha por percentagem da carga [17]

▪ El-Salakawy, Soudki e Polak (2004)

El-Salakawy, Soudki e Polak [5], com o objetivo de estudar algumas técnicas de reforço ao punçoamento, ensaiaram sete modelos de laje fungiforme, reforçados com a utilização de GFRP (Glass Fiber Reinforcer Polymers), CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymers) e GFRP em conjunto com parafusos colocados transversalmente. Os modelos realizados pretendiam simular a zona da laje junto a um pilar de bordo e as suas dimensões em planta eram $1.54 \times 1.02 \text{ m}^2$ e 0.12 m de espessura. Em três destas lajes existia uma abertura $0.15 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}$ junto ao pilar ($0.25 \times 0.25 \text{ m}^2$).



(a) Tension Flexural Reinforcement

Figura: 2.10 – Definição geométrica dos modelos ensaiados [5]

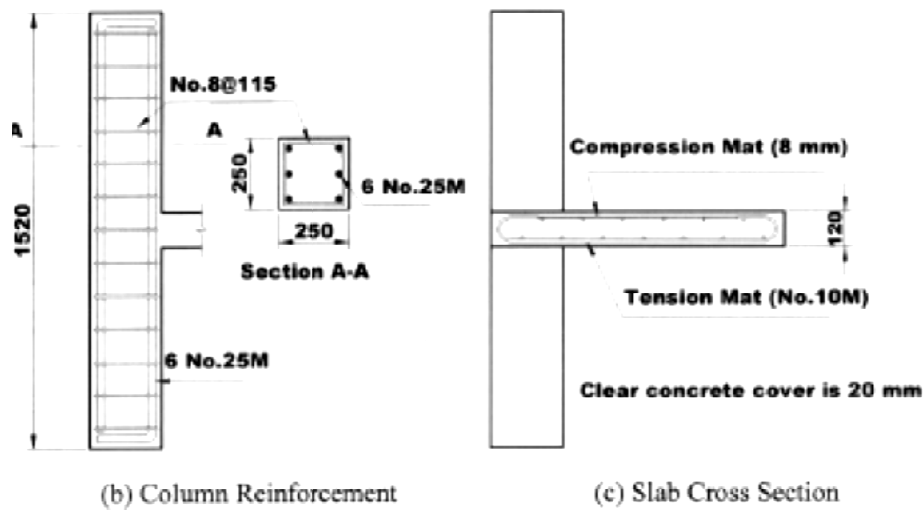


Figura: 2.11 - Armaduras dos modelos ensaiadas [5]

Os autores dividiram os vários modelos em três séries.

Série 1 - corresponde a dois modelos de referência, sem qualquer tipo de reforço, em que um deles apresenta abertura junto ao pilar.

Série 2 - constituída por 3 modelos sem abertura, dois dos quais reforçados com fibras de vidro e de carbono de acordo com a pormenorização I e um terceiro modelo reforçado com a solução conjunta de fibras de vidro e parafusos aço verticais;

Série 3 - constituída por dois modelos com abertura, um reforçado com fibras de vidro, de acordo com a pormenorização II, e outro reforçado com a solução conjunta de fibras de vidro com parafusos de aço verticais.

Tabela 2.1 - Detalhes dos modelos de El. Salakawy, Soudki e Polak [5]

| Série | Laje | F_{cm} (MPa) | Percentagem geométrica de armadura | | | | Observações |
|-------|----------|-------------------|------------------------------------|----------|-------------------------|----------|--|
| | | | Perpendicular ao bordo livre | | Paralelo ao bordo livre | | |
| | | | ρ | ρr | ρ | ρr | |
| I | XXX | 330.0 | 0.75 | N/A | 0.45 | N/A | Laje de referência, sem abertura |
| II | SF0 | 31.5 | 0.75 | N/A | 0.45 | N/A | Laje de referência, sem abertura |
| | SX-GF | 32.0 | 0.75 | 0.34 | 0.45 | 0.24 | Uma camada em forma de L |
| | SX-CF | 32.0 | 0.75 | 0.05 | 0.45 | 0.05 | Uma camada em forma de L |
| III | SX-GF-SB | 40.2 | 0.75 | 0.34 | 0.45 | 0.24 | Uma camada em forma de L e parafusos verticais |
| | SH-GF | 32.0 | 0.75 | 0.52 | 0.45 | 0.38 | Duas camadas em forma de U |
| | SH-GF-SB | 40.2 | 0.75 | 0.52 | 0.45 | 0.38 | Duas camadas em forma de U e parafusos verticais |

Nota: N/A = não aplicável; h=120 mm; b = 1540 ou 1020 mm; $\rho_f = (A_f/bh)$; SX – sem abertura; SH – com abertura, GF – fibras de vidro; CF – fibras de carbono; SB – parafusos verticais de reforço;

Nos modelos onde se realizou reforço transversal, foram colocados 5 parafusos em três camadas de forma circular dispostas em torno do pilar, afastadas $d/2$, $1.5d$ e $2.5d$ da face do pilar ($d=90$ mm). Nos modelos com abertura junto ao pilar houve necessidade de alterar a disposição de dois parafusos, ficando colocados à distância d da face do pilar e $d/2$ da abertura. A força de pré – esforço inicial aplicada aos parafusos correspondente a cerca de 40 % da sua força de cedência. Sendo esta força de pré – esforço transmitida à laje através de placas de aço circulares de 48 mm de diâmetro e 9,5mm de espessura.

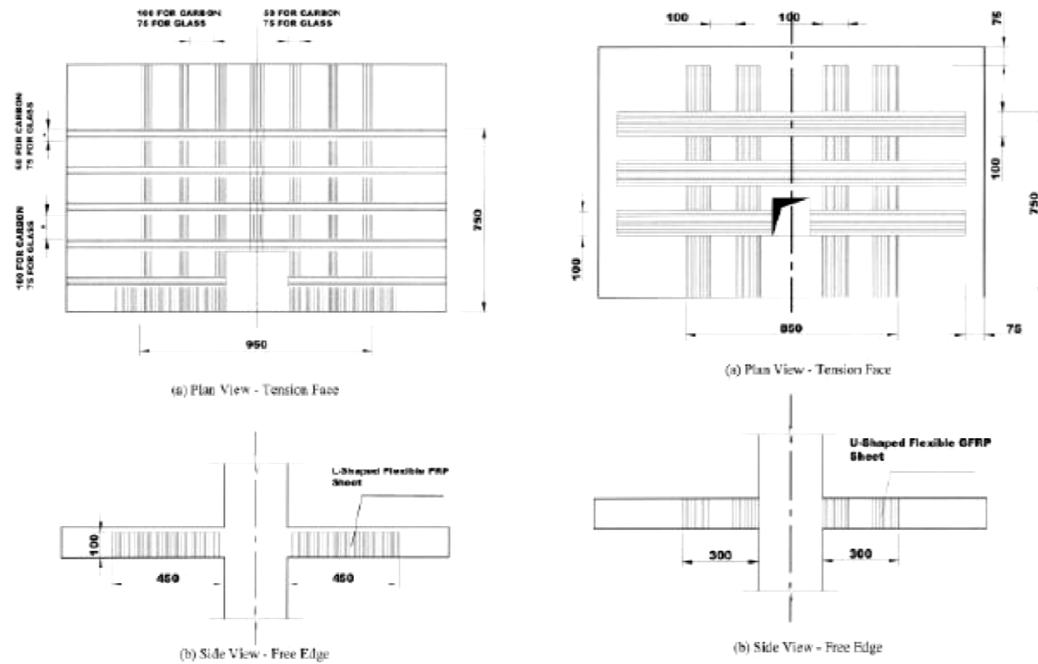


Figura: 2.12 – Pormenorização do reforço com FRP I e II respetivamente [5]

Nestes ensaios os modelos de lajes fungiformes foram levados à rotura, os autores concluíram que a presença de FRP (Fiber Reinforced Polymers) aumenta a resistência à flexão das lajes, retarda o aparecimento da primeira fenda de flexão e por consequência aumenta a resistência ao punçoamento. Dependendo da área e da disposição do reforço de FRP, o aumento da resistência ao punçoamento variou entre os 2 e os 23 %.

Todas as lajes reforçadas apenas com FRP tiveram uma rotura por punçoamento, ao contrário das reforçadas com a solução conjunta que tiveram uma rotura por flexão. As superfícies de rotura das lajes reforçadas com FRP, em média, passaram a uma distância à face do pilar semelhante à das lajes de referência.

Como o betão dos vários modelos apresentou diferentes resistências à compressão, para mais facilmente comparar os resultados, os autores procederam à normalização da carga aplicada para a tensão média de 35 MPa, utilizando a seguinte expressão:

$$V_{norm} = \sqrt{\frac{35}{f_{cm,i}}} V_{exp} \quad 2.1$$

Em que:

- V_{norm} é o valor da carga de rotura normalizada;

- $f_{cm,i}$ é a tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos, de cada um dos modelos;
- V_{exp} é o valor da carga de rotura experimental.

A Tabela 2.2 apresenta um resumo dos ensaios realizado pelos autores.

Tabela 2.2 - Resumo dos ensaios realizados por El-Salakawy, Soudki e Polak [5]

| Série | Modelo | V_{Exp} [kN] | V_{norm} [kN] | Mecanismo de rotura |
|-------|----------|----------------|-----------------|---------------------|
| I | XXX | 125 | 128.7 | Punçoamento |
| | SF0 | 110 | 116.0 | Punçoamento |
| | SX-GF | 130 | 136.0 | Punçoamento |
| II | SX-CF | 126 | 131.8 | Punçoamento |
| | SX-GF-SB | 170 | 159.0 | Flexão |
| III | SH-GF | 135 | 141.2 | Punçoamento |
| | SH-GF-SB | 162 | 151.2 | Flexão |

As figuras a seguir apresentam o padrão de fendilhação na rotura dos modelos ensaiados.

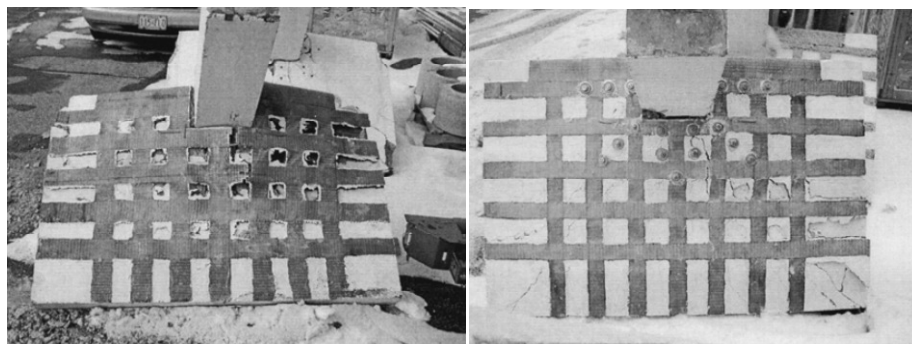


Figura: 2.13- Padrão de fendilhação na rotura dos modelos SX-GF e SX-GF-SB, Respetivamente

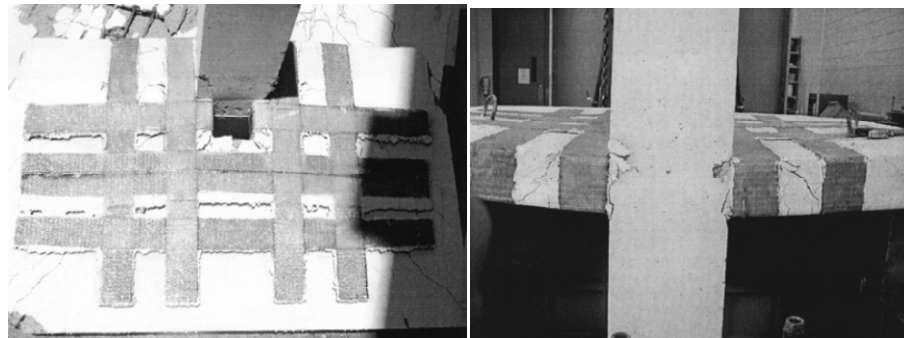


Figura: 2.14 - Padrão de fendilhação na rotura do modelo SH-GF. Vista superior e lateral

Nos modelos onde se realizou reforço transversal, foram colocados 5 parafusos em três camadas de forma circular dispostas em torno do pilar, afastadas $d/2$, $1.5d$ e $2.5d$ da face do pilar ($d=90$ mm). Nos modelos com abertura junto ao pilar houve necessidade de alterar a disposição de dois parafusos, ficando colocados à distância d da face do pilar e $d/2$ da abertura. A força de pré – esforço inicial aplicada aos parafusos correspondente a cerca de 40 % da sua força de cedência. Sendo esta força de pré – esforço transmitida à laje através de placas de aço circulares de 48 mm de diâmetro e 9,5mm de espessura.

▪ Lips, Ruiz e Muttoni

Lips, Ruiz e Muttoni [6] ensaiaram 16 modelos de laje à escala real, com uma área de $3,00 \times 3,00$ m² e uma percentagem de armadura de flexão de 1,5%. Esta proporção de reforço foi escolhida para evitar rotura por flexão e espaçados de 100mm, onde se pretende analisar a variação de parâmetros como o tamanho do pilar, espessura da laje, área de reforço e tipo de sistema de reforço aplicado, sendo posteriormente comparados os valores obtidos com os regulamentos em vigor. A colocação da armadura de punçoamento é uma forma eficiente de aumentar a capacidades de resistência á deformação de lajes fungiformes, aumentando assim a sua segurança.

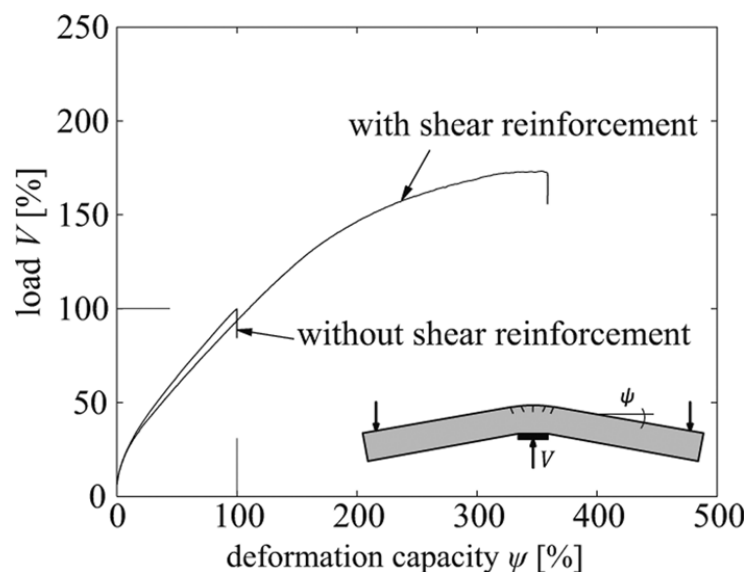


Figura: 2.15 – Relação carga-deformação para o modelo com e sem armadura de punçoamento [6]

A força aplicada foi introduzida por quatro macacos hidráulico tomadas de debaixo do piso forte como se ilustra a Figura: 2.16.

Tabela 2.3 - Principais parâmetros dos modelos ensaiados [6]

| Modelo | h [mm] | c [mm] | d [mm] | f_c [MPa] | ρ [%] | f_y [MPa] | ρ_t [%] | f_{yt} [MPa] | Tipo de reforço |
|---------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|
| PL1 | 250 | 130x130 | 193 | 36.2 | 1.63 | 583 | - | - | - |
| PL6 | 250 | 130x130 | 198 | 36.6 | 1.59 | 583 | 1.01 | 519 | Pinos |
| PF1 | 250 | 130x130 | 209 | 31.1 | 1.50 | 583 | 0.79 | 536 | Estribos |
| PG1 | 250 | 260x260 | 201 | 34.0 | 1.50 | 709 | - | - | - |
| PL7 | 250 | 260x260 | 197 | 35.9 | 1.59 | 583 | 0.93 | 519 | Pinos |
| PF2 | 250 | 260x260 | 208 | 30.4 | 1.51 | 583 | 0.79 | 536 | Estribos |
| PL3 | 250 | 520x520 | 197 | 36.5 | 1.59 | 583 | - | - | - |
| PL8 | 250 | 520x520 | 200 | 36.0 | 1.57 | 583 | 0.85 | 519 | Pinos |
| PF3 | 250 | 520x520 | 209 | 37.1 | 1.50 | 583 | 0.79 | 536 | Estribos |
| PL4 | 320 | 340x340 | 267 | 30.5 | 1.58 | 531 | - | - | - |
| PL9 | 320 | 340x340 | 266 | 32.1 | 1.59 | 531 | 0.93 | 516 | Pinos |
| PF4 | 320 | 340x340 | 274 | 32.5 | 1.54 | 531 | 0.79 | 550 | Estribos |
| PL5 | 400 | 440x440 | 353 | 31.9 | 1.50 | 580 | - | - | - |
| PL10 | 400 | 440x440 | 343 | 33.0 | 1.55 | 580 | 0.82 | 536 | Pinos |
| PF5 | 400 | 440x440 | 354 | 33.4 | 1.50 | 580 | 0.79 | 550 | Estribos |
| PL11 | 250 | 260x260 | 201 | 34.2 | 1.56 | 554 | 0.23 | 592 | Pinos |
| PL12 | 250 | 260x260 | 201 | 34.6 | 1.56 | 554 | 0.47 | 592 | Pinos |

Nota: h – comprimento em planta dos modelos; c – dimensão do pilar; d – altura útil; ρ_l – percentagem de armadura longitudinal; ρ_w – percentagem de armadura transversal de reforço ($\rho_w = A_{sw} / (S_l * S_t)$); A_{sw} – área da secção de reforço; S_l – distância entre dois reforços transversais na direção longitudinal; S_t – distância entre dois reforços transversais na direção transversal;

Obtiveram os seguintes resultados, a Figura: 2.18 apresenta o padrão de fissuração dos modelos após o ensaio. A laje PL8 sofreu rotura por flexão e os outros sofreram rotura por punçoamento.

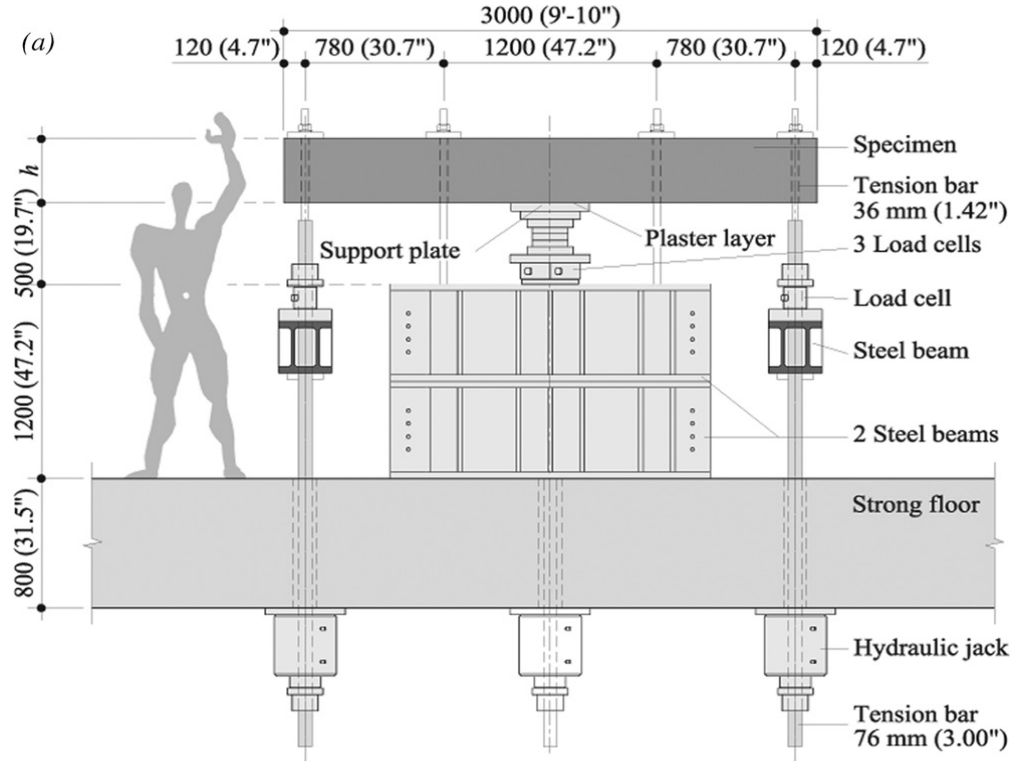


Figura: 2.16 - Detalhes da configuração do ensaio [6]

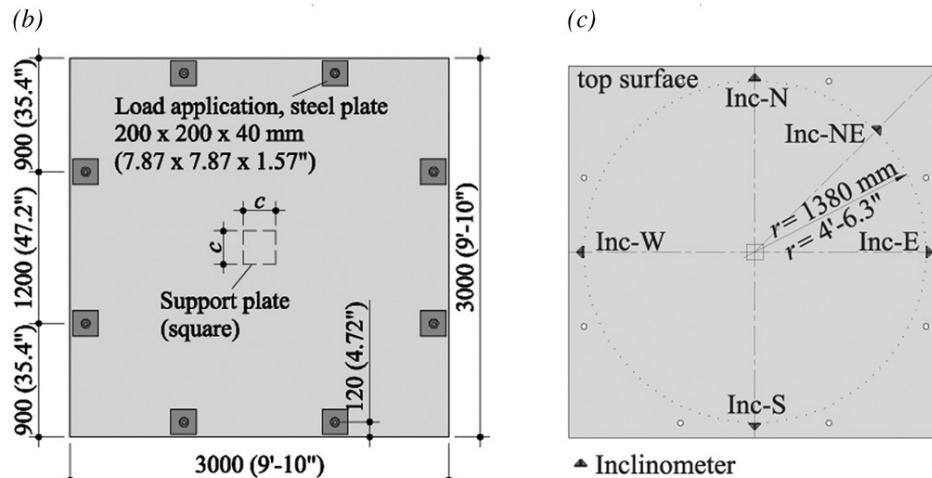


Figura: 2.17 - (b) Geometria do modelo a ensaiar; e (c) a localização de medidas de rotação. [6]

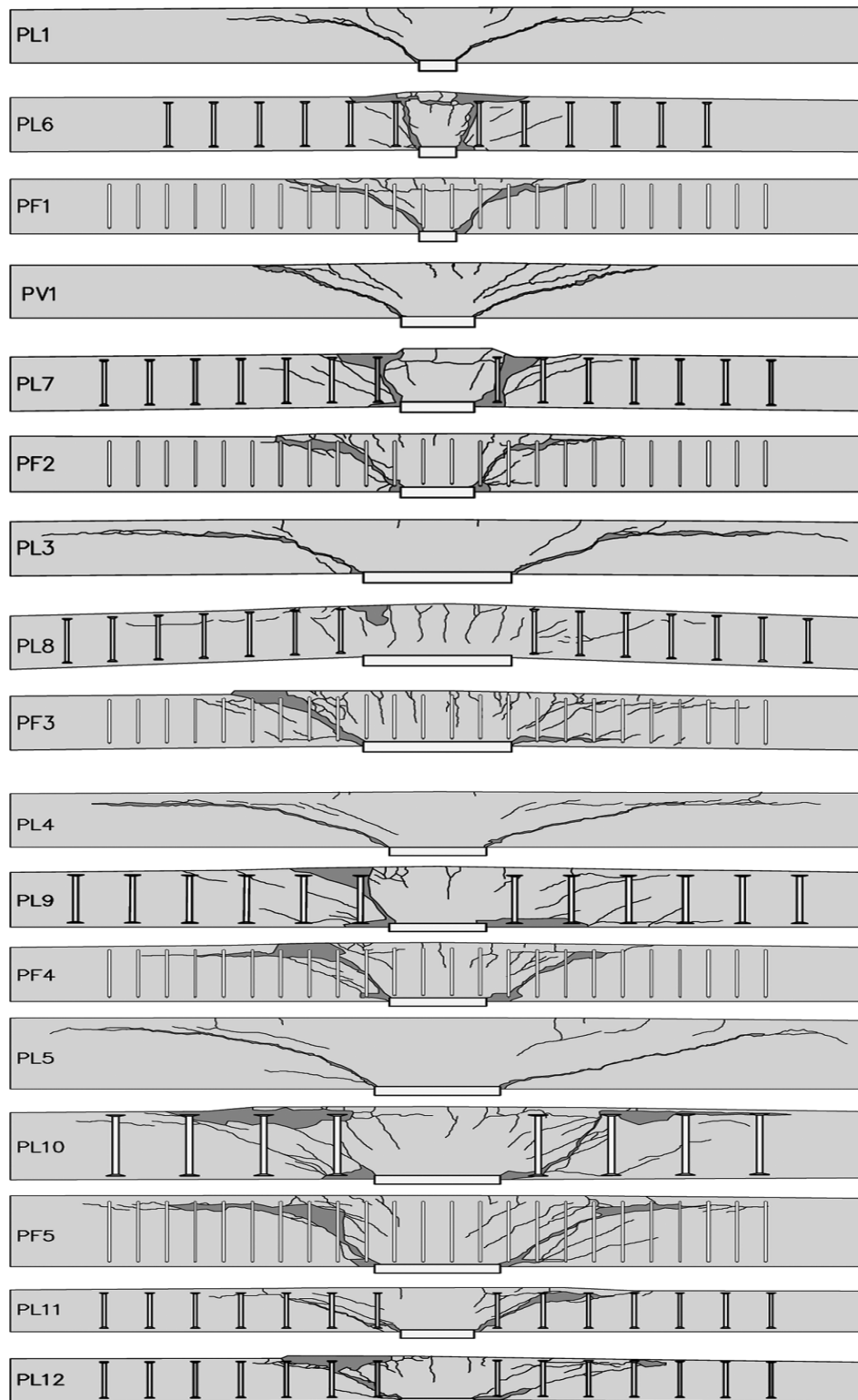


Figura: 2.18 - Padrão de fissuração após o ensaio [6]

Da Figura: 2.19 compara a carga, variando: (a) o sistema de reforço ao punçoamento; (b) o comprimento do pilar; (c) a espessura da laje; (d) a taxa de armadura de punçoamento.

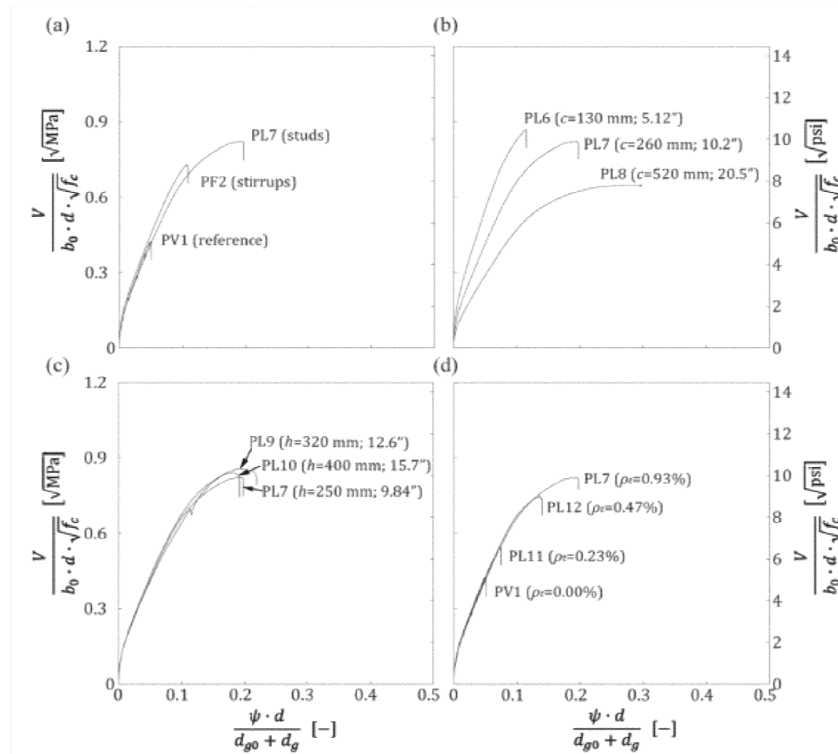


Figura: 2.19 - Curvas de carga normalizadas - rotação dos modelos [6]

- (a) Variando sistema de reforço ao punçoamento - As armaduras aumentam claramente a resistência ao punçoamento e a capacidade de rotação. Em comparação com o modelo de referência PV1 sem armadura de punçoamento. PF2 (com estribos) e PL7 (com pinos) atingiram um esforço atuante de punçoamento de 161% e 182%, respetivamente, e uma capacidade de rotação de 220% e 421%, respetivamente. As lajes reforçadas com pinos oferecem uma maior resistência ao punçoamento do que as lajes armadas com estribos. Variando o comprimento do pilar - A resistência normalizada de PL8 é menor do que a força de PL7. Em contradição a força normalizada PL6 é aproximadamente a mesma que a resistência normalizada de PL7, apesar do menor perímetro.
- (b) Variando espessura da laje - As três curvas normalizados de carga-rotação que quase se coincidem, a resistência desenvolve aproximadamente proporcional para o parâmetro $b_0 d$ normalização e a capacidade de rotação é inversamente

proporcional ao parâmetro de normalização d . Isto indica que não há muita influência de espessura das lajes sem reforço ao punçoamento.

- (c) Variando taxa de armadura de cisalhamento - Mesmo uma pequena quantidade de armadura aumenta a capacidade de resistência ao punçoamento e de rotação da laje. PL11 atingiu uma resistência ao punçoamento de 121% em relação a PV1 (modelo de referência) e uma capacidade de rotação de 157% da rotação de PV1.
- (d) Duplicando a quantidade de armadura, a resistência ao punçoamento e capacidade de rotação pode ser aumentada. PL12 atingiu uma resistência ao punçoamento de 168% da força de PV1 e uma capacidade de rotação 289% da rotação de PV1. Depois disso, se aumentar a armadura, a resistência ao punçoamento não aumentar significativamente. Ver PL12 e PL7.

A Tabela 2.4 resume os esforços atuante ponderados e rotação máxima à rotura. Além disso uma comparação dos valores obtidos com os regulamentos em vigor.

Tabela 2.4 - Comparação dos resultados [6]

| <i>Modelos</i> | $V_{R,test}, kN$ | $\varphi_{R,test} \%$ | $V_{R,test} / V_{R,flex}$ | $V_{R,test} / V_{R,ACI}$ | $V_{R,test} / V_{R,EC}$ | $V_{R,test} / V_{R,CSTC}$ |
|-------------------------|------------------|-----------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------------|
| PL1 | 682 | 6.0 | 0.34 | 1.37 | 0.86 | 1.06 |
| PL6 | 1363 | 18.6 | 0.66 | 1.30 | 1.41 | 1.02 |
| PF1 | 1043 | 9.5 | 0.49 | 1.32 | 1.17 | 0.83 |
| PG1 | 974 | 7.6 | 0.35 | 1.27 | 0.96 | 1.05 |
| PL7 | 1773 | 32.0 | 0.81 | 1.23 | 0.94 | 1.09 |
| PF2 | 1567 | 16.7 | 0.69 | 1.46 | 0.90 | 1.02 |
| PL3 | 1324 | 13.2 | 0.52 | 1.16 | 1.06 | 1.12 |
| PL8 | 2256 | - | 0.87 | - | - | - |
| PF3 | 2242 | 46.8 | 0.82 | 1.21 | (0.82) | 1.03 |
| PL4 | 1625 | 6.5 | 0.41 | 1.36 | 1.06 | 1.11 |
| PL9 | 3132 | 26.2 | 0.79 | 1.29 | 1.03 | 1.06 |
| PF4 | 2667 | 14.0 | 0.65 | 1.39 | 0.84 | 0.94 |
| PL5 | 2491 | 4.7 | 0.34 | 1.18 | 0.99 | 1.00 |
| PL10 | 5193 | 18.0 | 0.73 | 1.26 | 1.00 | 1.05 |
| PF5 | 4717 | 13.4 | 0.64 | 1.45 | 0.87 | 1.02 |
| PL11 | 1176 | 11.9 | 0.55 | 1.08 | 1.03 | 1.04 |
| PL12 | 1633 | 22 | 0.77 | 1.12 | 1.05 | 1.05 |
| Média | | | | 1.28 | 1.01 | 1.03 |
| Coeficiente de variação | | | | 0.084 | 0.141 | 0.65 |

3. REGULAMENTOS A APLICAR NO CÁLCULO AO PUNÇOAMENTO

De um modo geral para definir a resistência ao punçoamento os regulamentos apresentam expressões obtidas empiricamente que limitam a tensão de corte num determinado perímetro de referência. Aqui apresentados por ordem cronológica.

3.1 REBAP - Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado

O regulamento Português de 1983 (REBAP) [7] estabelece o perímetro do contorno de referência à distância de $0,5d$, e cujo perímetro é mínimo.

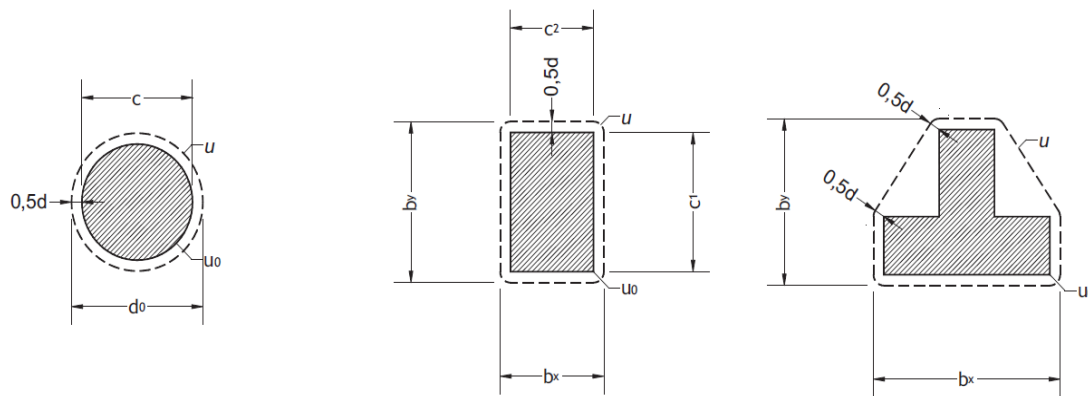


Figura: 3.1 - Perímetro de contorno crítico considerado no REBAP [7]

O valor de cálculo do esforço resistente de punçoamento, V_{Rd} , para casos em que não existem armaduras específicas para resistir a este esforço, é dado por:

$$V_{Rd} = \eta \tau_1 du \quad (3.1)$$

Em que:

- u Perímetro do contorno crítico de punçoamento;
- h Coeficiente cujo valor é dado por $1,6-d$, com d é expresso em metros, e que não deve ser tomado inferior à unidade;
- τ_1 Tensão cujo valor é indicado na Tabela 3.1;
- d é a altura útil da laje.

Tabela 3.1 - Valores da tensão τ_1 [7]

| Classe do betão | C12/15 | C15/20 | C20/25 | C25/30 | B35 | B40 | C35/45 | C40/50 | C45/55 |
|----------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|
| τ_1 | 0,50 | 0,60 | 0,65 | 0,75 | 0,85 | 0,90 | 1,00 | 1,10 | 1,15 |

Caso existam armaduras específicas de punçoamento, o valor de cálculo do esforço resistente ao punçoamento é obtido somando o esforço resistente sem armadura de punçoamento e a contribuição da armadura, dado pela expressão seguinte:

$$V_{Rd} = \frac{4}{3} \frac{A_{sw}}{S_r} f_{syd} \sin \alpha \quad (3.2)$$

Em que:

- f_{syd} é o valor de cálculo de tensão de cedência do aço utilizado na armadura específica de punçoamento, e deve ser limitada a 350MPa;
- α é o ângulo formado pelas armaduras específicas de punçoamento com o plano da laje;
- A_{sw} é a área transversal da totalidade das armaduras específicas de punçoamento;
- S_r é o afastamento radial entre as camadas de armadura específicas de punçoamento.

Em nenhum caso, o valor do esforço resistente obtido com armaduras específicas de punçoamento, poderá exceder 1.6 vezes a resistência sem armaduras específicas de punçoamento.

3.2 Regulamento Britânico, BS 8110: 1997

A regulamentação britânica BS 8110-1: 1997 (BSI, 1997) [8] estabelece o perímetro do contorno de referência à distância de $1,5d$ não minimizando, no entanto, o seu comprimento.

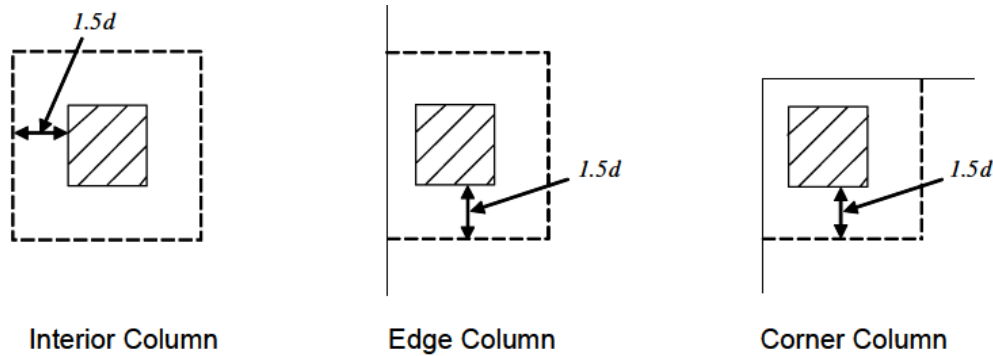


Figura: 3.2 - Perímetros de contorno crítico considerado na BS 8110-1; 1997 [8]

O valor de cálculo da capacidade resistente ao punçoamento, para o caso das lajes sem armaduras transversais, é obtido pela expressão:

$$V_{cd} = \frac{0.27}{\gamma_c} * \xi * (100 * \rho_l * f_{ck,cub})^{1/3} * u * d \quad (3.3)$$

Em que:

- $\rho_l \leq 0.03$ Calculada na região circundante ao pilar situada até $1,5d$ de cada face (incluindo o pilar);
- $\xi = (400/d)^{1/4} \geq 2/3$ Com d em mm;
- $f_{ck,cub}$ Valor característico da tensão resistente à compressão do betão, referido a provetes cúbicos, considerando $25 \leq f_{ck,cub} \leq 40$ (MPa);
- u Comprimento do perímetro crítico.

Para os casos em que é requerida armadura específica de punçoamento o valor de cálculo da capacidade resistente é dado por:

1. Caso em que $V_t \leq 1.6 * V_{cd}$

A contribuição do betão é adicionada à das armaduras transversais, como se indica:

$$V_{Rd} = \frac{0.27}{\gamma_c} * \xi * (100 * \rho_l * f_{ck,cub})^{1/3} * u * d + \frac{f_{wyk}}{\gamma_c} \sum (A_{sw} * \sin\theta) \quad (3.4)$$

- V_t Valor de cálculo do esforço atuante de punçoamento, transmitido da laje para o pilar;
- f_{wyk} Valor característico da tensão de cedência do aço da armadura específica de punçoamento;
- A_{sw} Área da secção transversal da armadura de punçoamento.

2. Caso em que $1.6 * V_{cd} \leq V_t \leq 2.0 * V_{cd}$

A eficiência da contribuição da armadura é diminuída através do fator 1/3,5 que origina um aumento da quantidade de armadura transversal necessária. A expressão a utilizar é:

$$V_{Rd} = \frac{0.386}{\gamma_c} * \xi * (100 * \rho_l * f_{ck,cub})^{1/3} * u * d + \frac{f_{wyk}}{2.5 * \gamma_c} * \sum(A_{aw} * \sin\theta) \quad (3.5)$$

Deve considerar-se os restantes parâmetros inalterados:

- ξ Não deve ser tomado inferior a 1 no caso de ser atendida a condição
- $\sum(A_{sw} * \sin\theta)$ Área da secção da armadura transversal que interessa à zona de rotura em análise
- $f_{wyk} \leq 460MPa$

A BS 8110-1: 1997 impõe ainda a quantidade mínima para a armadura transversal. Contudo, a utilização desta armadura só é permitida em lajes com espessura igual ou superior a 200 mm.

$$\sum(A_{sw} * \sin\theta) \geq \frac{0.4 * \gamma_s * u * d}{f_{wyk}} \quad (3.6)$$

O efeito de um momento fletor transmitido pela laje ao pilar, para o caso de um pilar interior, é considerado recorrendo à expressão seguinte, em que V_t e M_t são os esforços transmitidos ao pilar e x é o comprimento do lado do contorno de controlo em análise, paralelo ao eixo do momento fletor.

A verificação da capacidade resistente é efetuada em sucessivos perímetros de controlo, espaçados de $0,75d$, até àquele para o qual não é necessária armadura de punçoamento.

As armaduras a considerar em cada verificação são as que interessam à zona de rotura delimitada pelo perímetro em análise e por um perímetro, interior a este, à distância $1,5d$. A armadura requerida deve ser repartida em pelo menos dois perímetros contidos em cada uma das zonas de rotura. O primeiro perímetro deve localizar-se a cerca de $0,5d$ da face do pilar ou da área carregada e conter pelo menos 40% da armadura requerida. Os espaçamentos da armadura transversal não devem exceder $0,75d$ e $1,5d$ na direção radial e tangencial, respetivamente.

$$V_{t,ef} = \beta * V_t = \left[1 + \frac{1.5 * M_t}{V_t * x} \right] * V_t \quad (3.7)$$

A capacidade resistente, determinada na secção da face do pilar (ou da área carregada), é limitada como se indica na expressão.

$$V_{max} = 2.0 * V_{cd} \leq \frac{u_0 * d}{\gamma_c} * \min \left({}^{6.25}\sqrt{f_{ck,cub}} \right) \quad (3.8)$$

3.3 Norma Brasileira, ABNT NBR 6118; 2003

A Norma Brasileira ABNT NBR 6118: 2003 [9] faz a verificação ao punçãoamento às lajes em duas ou mais superfícies críticas definidas no contorno de forças concentradas. A primeira superfície crítica (contorno C) é junto do pilar ou da carga concentrada, a segunda crítica (contorno C') a uma distância $2d$ do pilar ou da carga concentrada e a terceira superfície crítica (contorno C'') em que não há necessidade de colocar armadura de punçãoamento.

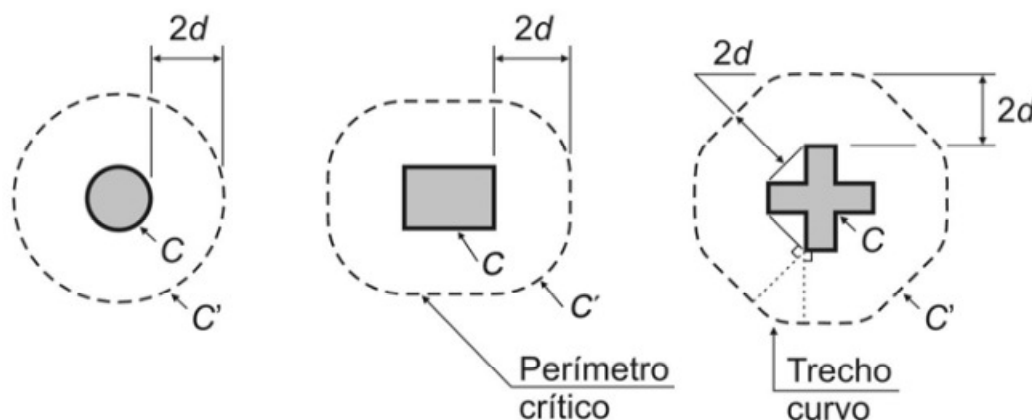


Figura: 3.3 - Perímetro de contorno crítico em pilares interiores considerado na Norma Brasileira NBR6118-2003 [9]

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} \quad (3.9)$$

Em que:

- F_{sd} é a força ou reação concentrada, de calculo;
- $d = (d_x + d_y)/2$ é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico;
- d_x e d_y são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;
- u é o perímetro do contorno crítico C' ;
- ud é a área da superfície crítica.

Verificação da resistência ao punçoamento na superfície crítica C' em elementos estruturais sem ter em conta a armadura de punçoamento.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} \leq \tau_{Rd1} = 0.13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho * f_{ck})^{1/3} \quad (3.10)$$

Onde;

- d é a altura útil da laje ao longo do C' da área de aplicação da força, em cm;
- ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente;
- ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas:
 - na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de $3d$ para um dos lados;
 - no caso de proximidades do bordo prevalece a distância até ao bordo quando menor que $3d$.

Essa verificação deverá ser feita ao longo dos contorno crítico c' ou em c_1' e c_2' caso existir capitel.

Verificação da resistência ao punçoamento na superfície crítica C' em elementos estruturais tendo em conta a armadura de punçoamento.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} = 0.10 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho * ck)^{1/3} + 1.5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{ud} \quad (3.11)$$

Onde:

- S_r é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punçoamento, não superior a $0,75d$;

- A_{sw} é a área da armadura de punçoamento num contorno paralelo a C' ;
- α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punçoamento e o plano da laje;
- f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punçoamento, não deve ser superior a 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos. Para lajes com uma espessura superior a 15 cm, esses valores podem ser aumentados fazendo uma interpolação linear entre 250 MPa para lajes com espessura até 15cm e 435 MPa para lajes com espessura superior a 35cm.
- u é o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso do pilar ser de canto ou de bordo;

Essas armaduras devem ser colocadas no mínimo em três perímetros dispostas radialmente a partir do perímetro do pilar, na vertical e amarradas tanto na armadura inferior como armadura superior.

3.4 Regulamento Americano, ACI 318 – 08

O ACI 318-08 [10], à semelhança do REBAP, supõe que o perímetro de contorno de referência se encontra à distância de $d/2$ do pilar ou da área carregada.

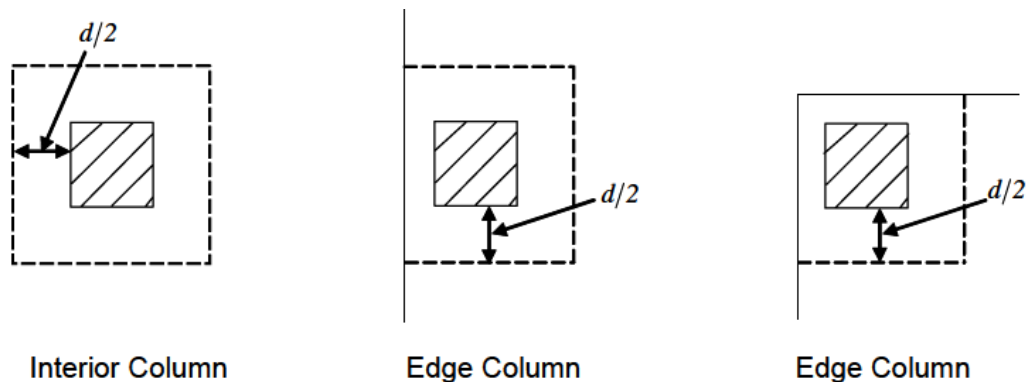


Figura: 3.4 - Perímetro de contorno crítico considerado no ACI 318-08 [10]

No caso de lajes sem armadura específica, a resistência ao punçoamento é definida como sendo o menor dos valores resultantes da aplicação das três expressões que se apresentam de seguida:

$$V_{Rd} = \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \frac{\sqrt{f_{ck}} * u * d}{6} \phi_c \quad (3.12)$$

$$V_{Rd} = \left(\alpha_s + \frac{d}{u} + 2\right) \frac{\sqrt{f_{ck}} * u * d}{12} \phi_c \quad (3.13)$$

$$V_{Rd} = \frac{1}{3} \sqrt{f_{ck}} * u * d * \phi_c \quad (3.14)$$

Em que:

- V_{Rd} Valor de cálculo do esforço resistente de punçoamento;
- β_c Quociente entre os lados maior e menor do pilar;
- ϕ_c Coeficiente de segurança do betão ($\phi_c=0.85$);
- u Perímetro do contorno de referência;
- d Altura útil da laje;
- f_{ck} Tensão característica de rotura à compressão do betão;
- α_s (40, 30 e 20 para pilares interiores, bordo e canto, respetivamente).

No caso de considerar armaduras específicas de punçoamento o valor de cálculo do esforço resistente ao punçoamento calcula-se através da seguinte expressão:

$$V_{Rd} = \left(\frac{1}{6} \sqrt{f_{ck}} u d + A_{Sw} f_{std} \sin \alpha\right) \phi_c \quad (3.15)$$

E o valor máximo do esforço resistente ao punçoamento é imposto pela seguinte expressão

$$A_{Sw} f_{syd} \sin \alpha \leq \frac{1}{3} \sqrt{f_{ck}} * u * d \quad (3.16)$$

Em que:

- f_{syd} é o valor de cálculo da tensão de cedência do aço utilizado na armadura específica de punçoamento, e deve ser limitada a 440 MPa;
- A_{Sw} é a área transversal das armaduras específicas de punçoamento.

3.5 CEB – FIP Model Code 2010

Na avaliação das cargas resistentes ao punçoamento segundo o MC 2010 [11] o perímetro de controlo, b_0 , assumido a uma distância equivalente a metade da altura útil ($0,5d$), Figura: 3.5.

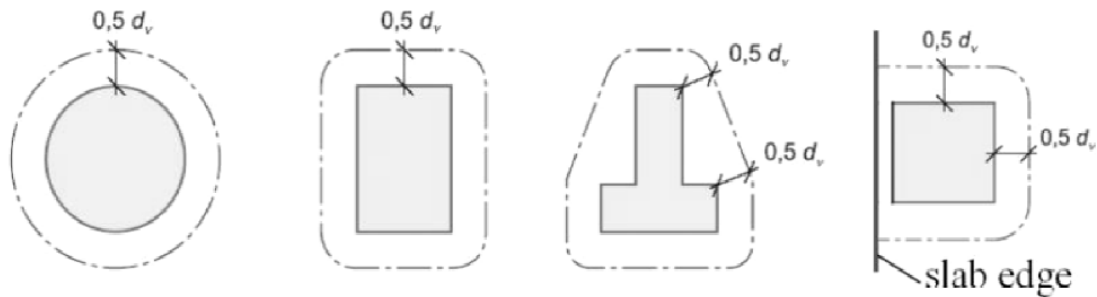


Figura: 3.5 - Perímetro de controlo típico em torno dos pilares. MC 2010 [11]

A avaliação da capacidade resistente ao punçoamento, segundo esta norma, é dada pela expressão a seguir. Nesta equação o valor de $V_{Rd,c}$ corresponde à resistência do betão em conjunto com a armadura longitudinal e o valor de $V_{Rd,s}$ define a resistência ao punçoamento providenciada pelas armaduras específicas de punçoamento.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (3.17)$$

A contribuição do material e da armadura longitudinal é dada pela expressão.

$$V_{Rd,c} = k_{\varphi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (3.18)$$

$$k_{\varphi} = \frac{1}{1.5 + 0.6 \cdot \varphi \cdot d \cdot \frac{48}{16 + d_g}} \quad (3.19)$$

Em que:

- k_{φ} é um parâmetro que depende das rotações da laje em torno do pilar;
- d_g é a dimensão máxima dos agregados;
- d é a média da altura útil em ambas as direções.

A parcela correspondente à contribuição da armadura de punçoamento é calculada segundo a expressão seguinte.

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{sw} \sin \alpha \quad (3.20)$$

Em que:

- A_{sw} é a área de cada armadura de punçoamento em torno do pilar (mm^2);
- k_e é um fator de redução do perímetro de controlo, assumindo 0.90 para pilares interiores; 0.7 para pilares de bordo e 0.65 para pilares de canto;
- $\sigma_{sw} = \frac{E_s \cdot \varphi}{6} < f_{ywd}$ corresponde à tensão que a armadura de punçoamento tem capacidade para mobilizar;
- α é o ângulo entre as armaduras de punçoamento e a laje.

Como se segue na Tabela 3.2 as várias expressões para o cálculo da rotação da laje na zona exterior à rotura, quando maior o nível de aproximação melhor é a previsão prevista nesta norma. Na apresentação das No nível de aproximação II o valor de m_{sd} recomendado corresponde a $V_d/8$ para pilares internos. Para pilares de bordo: $V_d/4$ no caso do m_{Rd} (momento resistente calculado com base na armadura disposta) considerado for calculado com base na armadura superior paralela ao bordo e $V_d/8$ se essa armadura considerada for a mínima das armaduras superiores e inferiores na direção perpendicular ao bordo. Nos pilares de canto, o m_{sd} pode tomar o valor de $V_d/2$, com m_{Rd} calculado com base na mínima das armaduras inferiores e superiores perpendiculares ao canto.

Tabela 3.2 - Rotação da laje em torno do pilar na zona exterior á rotura [12]

| Nível de aproximação | φ |
|----------------------------|--|
| I | $\varphi = 1.5 \frac{\gamma_s f_{yd}}{d E_s} \quad (3.21)$ |
| II | $\varphi = 1.5 \frac{\gamma_s f_{yd}}{d E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad (3.22)$ |
| III | $\varphi = 1.2 \frac{\gamma_s f_{yd}}{d E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad (3.23)$ com m_{sd} calculado através de programa de análise linear, valor médio na faixa do pilar |
| IV | Valor calculado com base em programa de análise não linear. |

O valor de r_s corresponde à distância do centro do pilar até ao raio onde o momento fletor é nulo, sendo este valor é aproximadamente $0.22L_x$ ou $0.22L_y$ em lajes regulares em que a razão dos vãos está entre 0.5 e 2. E_s é o módulo de elasticidade do material das armaduras longitudinais.

3.6 Eurocódigo2 - NP EN 1992-1-1, 2010

Segundo o EC2 (2010) estas recomendações são complementares para a verificação da rotura por punçoamento em elementos como lajes maciças, lajes aligeiradas com zonas maciças sobre pilares e fundações.

Na avaliação da carga de resistência ao punçoamento segundo o Eurocódigo 2 (2010) [12], o perímetro de controlo, u_1 , deve de ser definido a uma distância de duas vezes a altura útil ($2d$) da área carregada ou da face do pilar, Figura: 3.6. Este perímetro deve de ser definido segundo um traçado que o conduza a um valor mínimo.

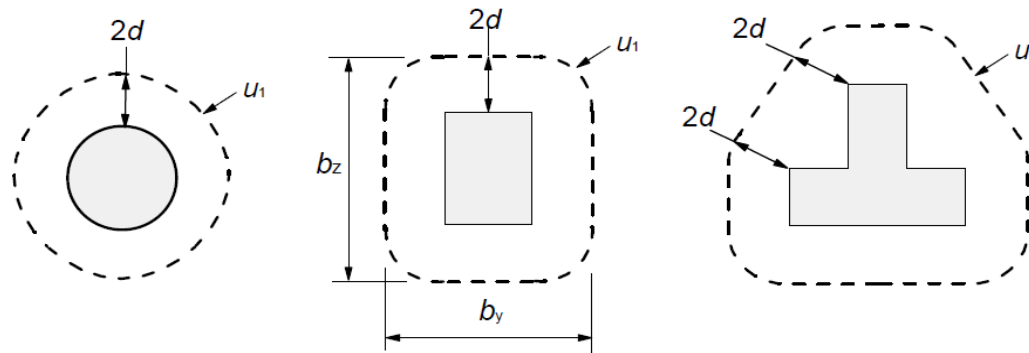


Figura: 3.6 - Perímetro de contorno crítico nos pilares interiores considerado no EC 2 [12]

No perímetro do pilar, ou no perímetro da área carregada, a resistência ao punçoamento é verificada da seguinte forma

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 * d} \leq v_{Rd,máx} = 0.5 * v * f_{ck} \quad (3.24)$$

Em que:

- V_{Ed} é o valor de cálculo do esforço transversal atuante;
- β depende da localização do pilar;
- u_0 Perímetro junto ao pilar;
- d altura útil da laje;
- $v = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$ (3.25)

A expressão a seguir determina o valor do cálculo de tensão de resistência ao punçoamento sem armaduras específicas, $v_{Rd,c}$.

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} * k(100 * \rho_l * f_{ck})^{1/3} + k_1 * \sigma_{cp} \geq v_{min} + k_1 * \sigma_{cp} \quad (3.26)$$

Onde,

- $C_{Rd,c} = 0.18/\gamma_c$ (valor recomendado $\gamma_c = 1.5$);
- $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0$ Com d em mm;

- $\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} * \rho_{ly}} \leq 0.02$ (ρ_{lx} e ρ_{ly} - percentagem das armaduras longitudinais nas duas direções ortogonais);
- f_{ck} em MPa;
- $k_1 = 0.1$ (valor recomendado); toma o valor de 0.1, é o coeficiente da contribuição da compressão introduzida pelo pré-esforço para resistência ao punçoamento;
- $\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2$ é a média das tensões de compressão na zona crítica, derivadas do pré-esforço;
- $v_{min} = 0.035k^{3/2} * f_{ck}^{1/2}$ mínima resistência ao punçoamento.

No caso de requerer armaduras de punçoamento a mesma previsão é dada segundo a expressão.

$$V_{Rd,cs} = 0.75 * v_{Rd,c} + 1.5 * (d/S_r) * A_{sw} * f_{ywd,ef} * \left(\frac{1}{u_1 * d}\right) \sin \alpha \quad (3.27)$$

Em que:

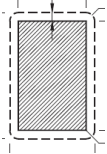
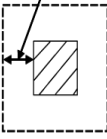
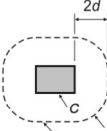
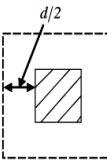
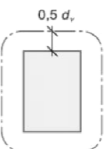
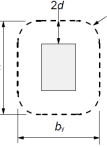
- $v_{Rd,cs}$ é a resistência ao punçoamento sem armaduras específicas;
- S_r é o espaçamento radial dos perímetros das armaduras de punçoamento (mm);
- A_{sw} é a área de perímetro de armaduras de punçoamento em torno do pilar (mm²);
- $f_{ywd,ef}$ é o valor de cálculo punçoamento;
- α é o ângulo entre as armaduras de punçoamento e a laje.

A Tabela 3.3 apresenta-se uma comparação entre os regulamentos / códigos que abordam o problema de punçoamento, anteriormente mencionados.

Desenvolvimento de um programa de verificação ao punçoamento

Capítulo 3 – Regulamentos a aplicar no cálculo ao punçoamento

Tabela 3.3 - Resumo dos regulamentos / código que aborda o problema de punçoamento

| Regulamento | Distância | Perímetro de controlo | Tensão de Punçoamento atuante | Resistência ao punçoamento | |
|-------------------------|-----------|---|------------------------------------|--|--|
| | | | | Sem armadura | Com armadura |
| REBAP (1983) | 0,5d |  | V_{Sd} | $V_{Rd} = \eta \tau_1 du$ | $V_{Rd} = \frac{4}{3} \frac{A_{Sw}}{S_r} f_{syd} \sin \alpha$ |
| BS 8110; 1997 | 1,5d |  | V_t | $V_{Rd} = \frac{0.27}{\gamma_c} * \xi (100 \rho * f_{ck, cub})^{1/3} * u * d + \frac{f_{wyk}}{\gamma_c} \sum (A_{Sw} * \sin \theta)$ | $V_{Rd} = \frac{0.386}{\gamma_c} * \xi (100 \rho * f_{ck, cub})^{1/3} * u * d + \frac{f_{wyk}}{3.5 * \gamma_c} \sum (A_{Sw} * \sin \theta)$ |
| ANBT NBR 6118; 2003 | 2,0d |  | $\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{ud}$ | $\tau_{Rd1} = 0.13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100 \rho * f_{ck})^{1/3}$ | $\tau_{Rd1} = 0.10 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100 \rho * f_{ck})^{1/3} + 1.5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{Sw} f_{ck} \sin \alpha}{ud}$ |
| ACI 318 – 08 | 0,5d |  | | $\min \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \frac{\sqrt{f_{ck}} * u * d}{6} \phi_c \\ \left(\alpha_s + \frac{d}{u} + 2 \right) \frac{\sqrt{f_{ck}} * u * d}{12} \phi_c \\ \frac{1}{3} \sqrt{f_{ck}} * u * d * \phi_c \end{array} \right.$ | $\left(\frac{1}{6} \sqrt{f_{ck}} * u * d + A_{Sw} f_{std} \sin \alpha \right) \phi_c$ $A_{Sw} f_{ck} \sin \alpha \leq \frac{1}{3} \sqrt{f_{ck}} * u * d$ |
| CEB-FIP Model Code 2010 | 0.5d |  | | $V_{Rd,c} = k_\varphi \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v$ | $V_{Rd,s} = \sum A_{Sw} k_e \sigma_{sw} \sin \alpha$ |
| NP EN 1992-1-2010 | 2.0d |  | $V_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{ud}$ | $V_{Rd,c} = C_{Rd,c} * k (100 \rho * f_{ck, cub})^{1/3} + k_1 * \sigma_{cp} \geq v_{min} + k_1 * \sigma_{cp}$ | $V_{Rd,cs} = 0.75 * v_{Rd,c} + 1.5 * (d/S_r) * A_{Sw} * f_{ywd,ef} * \left(\frac{1}{u_1 d} \right) \sin \alpha$ |

4 CÁLCULO AO PUNÇOAMENTO

O presente capítulo aborda o desenvolvimento de cálculo ao punçoamento feito pelo programa segundo o EC2.

4.1 Lajes sem capitel

A utilização de lajes fungiformes e lajes aligeirada com maciços sobre os pilares tem vindo a tomar uma posição muito relevante na construção civil devido, não somente, às suas vantagens económicas mas também às suas vantagens de carácter funcional. No entanto, a sua aparência simples não é sinónimo de simplicidade comportamental e a análise de esforços toma outra dimensão com a aparição de esforços elevados e concentrados nas zonas de apoio. Estes esforços criam fendas, e numa proporção maior, pode levar à rotura parcial da laje.

Cabe a este subcapítulo desenvolver o cálculo ao punçoamento nas lajes que apoia diretamente nos pilares.

$$v_{Ed} = \beta * \frac{V_{Ed}}{u_i * d} \quad (4.1)$$

Em que:

- v_{Ed} Esforço cortante de cálculo, dado por unidade de comprimento de um perímetro crítico u_i ;
- V_{Ed} Valor de cálculo do esforço atuante;
- β Coeficiente que leva em conta a excentricidades de carga;
- u_i Perímetro de controlo a considerar;
- d Altura útil da laje.

4.1.1 Perímetro de controlo

De acordo com o EC 2 o primeiro perímetro de controlo é definido a uma distância $2d$ da área carregada, e o seu o traçado deverá corresponder a um comprimento que seja mínimo.

No cálculo da altura útil (d) adotada será igual à média aritmética das observadas segundo as duas direções ortogonais x e y . Já a taxa de armadura à flexão (ρ_l), será a média geométrica das observadas segundo as duas direções x e y . O valor de ρ_l , no entanto, está limitado em 0,02. Portanto:

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad (4.2)$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} * \rho_{ly}} \leq 0.02 \quad (4.3)$$

Para áreas carregadas junto de aberturas, se a menor distância entre o contorno da área carregada e o bordo da abertura for inferior a $6d$, não deverá ser considerada a parte do perímetro de controlo compreendida entre as duas tangentes à abertura traçadas desde o centro da área carregada.

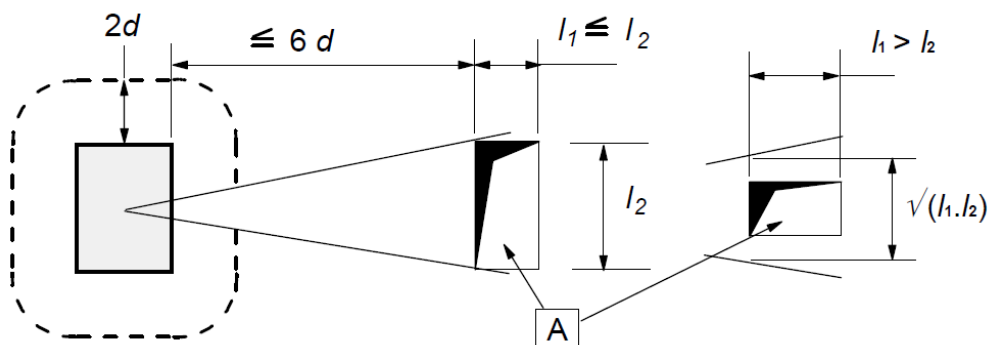
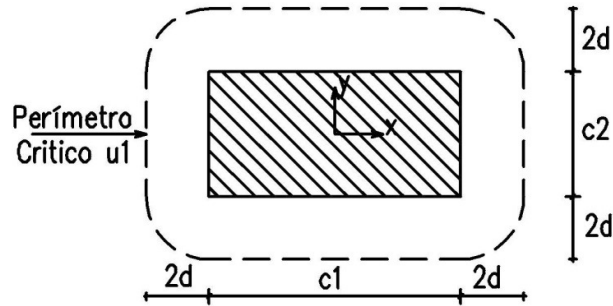


Figura: 4.1 - Perímetro do controlo junto a uma abertura [12]

A Abertura

4.1.1.1 Pilar interior retangular

Nas figuras que se segue, define-se c_1 como sendo o lado do pilar paralelo ao eixo x , enquanto que c_2 é o lado perpendicular a este eixo.

Figura: 4.2 - Perímetro crítico u_1 de um pilar interior retangular

- Cálculo do perímetro de controlo junto à face do pilar:

$$u_0 = 2 * (c_1 + c_2) \quad (4.4)$$

- Cálculo do primeiro perímetro de controlo:

$$u_1 = 2 * (c_1 + c_2) + 4\pi d \quad (4.5)$$

Em que:

- u_0 Perímetro à face do pilar;
- u_1 Primeiro perímetro de controlo situado a uma distância $2d$ da área carregada;
- c_1 Dimensão do pilar na paralela à excentricidade da carga;
- c_2 Dimensão do pilar na perpendicular à excentricidade da carga.

4.1.1.2 Pilar interior circular

O perímetro de controlo de um pilar interior circular é determinado da seguinte forma:

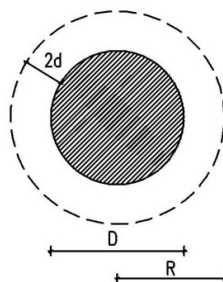


Figura: 4.3 - Perímetro de controlo de um pilar interior circular

- Cálculo do perímetro na face do pilar, u_0 :

$$u_0 = \pi * D \quad (4.6)$$

- Cálculo do primeiro perímetro de controlo, u_1 :

$$u_1 = \pi * (4d + D) \quad (4.7)$$

Em que:

- D – Diâmetro do pilar

4.1.1.3 Pilar de bordo

Para uma área carregada localizada junto a um bordo livre, o perímetro de controlo deverá ser considerado conforme representado na Figura: 4.4, desde que o seu perímetro (excluído o bordo livre) seja inferior ao obtido a partir de uma distancia $2d$.

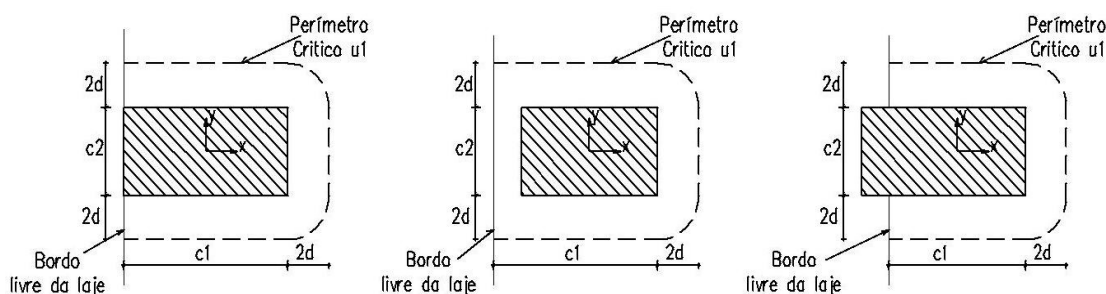


Figura: 4.4 - Primeiros perímetros de controlo param áreas carregadas junto a um bordo livre, u_1 .

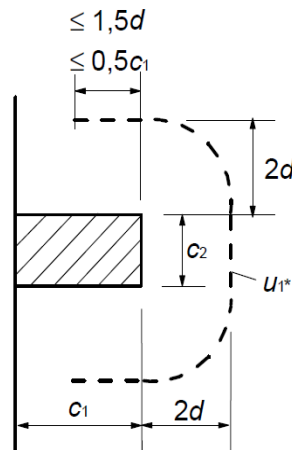
- Calcular o perímetro na face do pilar, u_0 ;

$$u_0 = \min \left\{ \begin{matrix} c_2 + 3 * d \\ 2c_1 + c_2 \end{matrix} \right. \quad (4.8)$$

- Calcular do primeiro perímetro de controlo, u_1 ;

$$u_1 = 2c_1 + c_2 + 2\pi d \quad (4.9)$$

Nestes casos, em que a excentricidade na direção perpendicular ao bordo da laje (resultante de um momento em torno de um eixo paralelo ao bordo da laje) é dirigida para o interior e não há excentricidade na direção paralela ao bordo, poderá considerar-se o esforço de punçoamento uniformemente distribuída ao longo do perímetro de controlo, u_{1*} , como está representado na Figura: 4.5.

Figura: 4.5 - Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido, u_{1*} [12]

- Cálculo do comprimento reduzido, c_{1*} :

$$c_{1*} = \min \begin{cases} 1,5 * d \\ 0,5 * c_1 \end{cases} \quad (4.10)$$

- Cálculo do primeiro perímetro de controlo reduzido:

$$u_{1*} = 2c_{1*} + c_2 + 2\pi d \quad (4.11)$$

4.1.1.4 Pilar de canto

À semelhança do pilar de bordo, o perímetro de controlo do pilar de canto deverá ser considerado conforme representado na Figura: 4.6, desde que o seu perímetro (excluído os bordos livres) seja inferior ao obtido a partir de uma distancia $2d$.

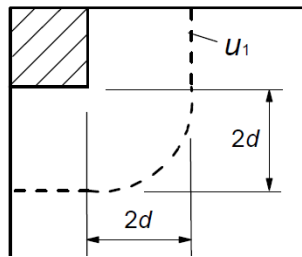


Figura: 4.6 - Primeiro perímetro de controlo para áreas carregadas junto a um canto [12]

- Calcular o perímetro à face do pilar, u_0 ;

$$u_0 = \min \begin{cases} 3 * d \\ c_1 + c_2 \end{cases} \quad (4.12)$$

- Calcular do primeiro perímetro de controlo;

$$u_1 = c_1 + c_2 + \pi d \quad (4.13)$$

No caso das ligações de pilares de canto, em que a excentricidade é dirigida para o interior da laje, admite-se que o esforço de punçoamento é uniformemente distribuído ao longo do perímetro de controlo reduzido, u_{1*} , como definido na Figura: 4.7.

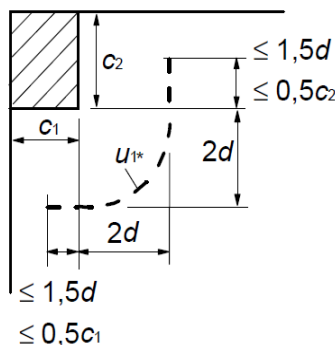


Figura: 4.7 - Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido [12]

- Cálculo dos comprimentos reduzido, c_{1*} e c_{2*} :

$$c_{1*} = \min \begin{cases} 1,5 * d \\ 0,5 * c_1 \end{cases} \quad (4.14)$$

$$c_{2*} = \min \begin{cases} 1,5 * d \\ 0,5 * c_2 \end{cases} \quad (4.15)$$

- Cálculo do primeiro perímetro de controlo reduzido:

$$u_{1*} = c_{1*} + c_{2*} + \pi d \quad (4.16)$$

Em que:

- u_{1*} Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido;
- c_{1*} e c_{2*} São os comprimentos reduzidos de c_1 e c_2 , respetivamente.

4.1.2 Cálculo do parâmetro β

O parâmetro β é o coeficiente que leva em conta os efeitos da excentricidade da carga. Nos casos em que não houver excentricidade do carregamento, β pode ser adotado como igual a 1,0. Nos casos em que há excentricidade, o valor de β é calcula pelas expressões que se segue.

4.1.2.1 Pilar interior retangular

No caso de um pilar retangular o fator de majoração β determina da seguinte forma:

1. Uma excentricidade;

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed} u_1}{V_{ed} W_1} \quad (4.17)$$

Em que:

- u_1 Perímetro do primeiro perímetro de controlo (Figura: 4.2);
- k Coeficiente que depende da relação entre as dimensões do pilar c_1 e c_2 , o seu valor é função da proporção do momento não equilibrado transmitido por forças de corte não uniformes e por flexão e torção;

Tabela 4.1- Valor de k para áreas carregadas retangulares [12]

| c_1/c_2 | ≤ 0.5 | 1.0 | 2.0 | ≥ 3.0 |
|-----------|------------|------|------|------------|
| k | 0.45 | 0.60 | 0.70 | 0.80 |

- W_1 Corresponde a uma distribuição de tensões tangenciais, como representado na Figura: 4.8, e é função do primeiro perímetro de controlo u_1 .

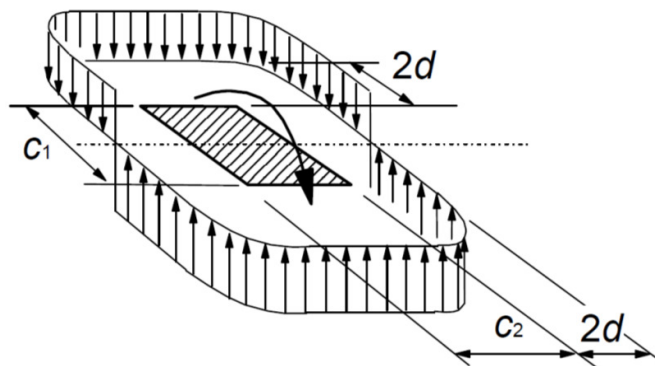


Figura: 4.8 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e um pilar [12]

$$W_i = \int_0^{u_i} |e| dl \quad (4.18)$$

Em que:

- dl Comprimento elementar do contorno;
- e Distância de dl ao eixo em torno do qual atua o momento M_{Ed} .

Figura: 4.9 e Figura: 4.10 demonstra como calcular o parâmetro W_1 no caso de pilar retangular interior.

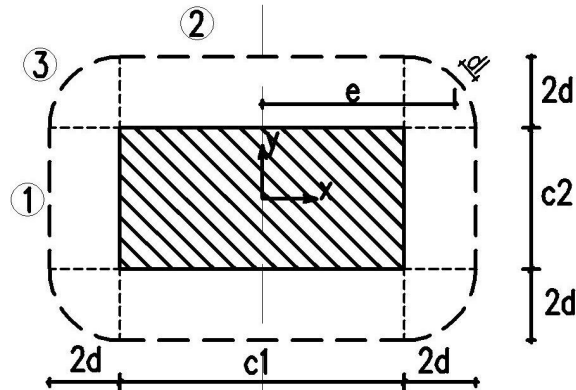


Figura: 4.9 – Demonstração de como calcular W_1 de um segmento de reta

- Linha 1

$$W_{11} = \left(2d + \frac{c_1}{2}\right) * c_2 = 2c_2d + \frac{c_1 * c_2}{2} \quad (4.19)$$

- Linha 2

$$W_{12} = 2 * \frac{c_1}{2} * \frac{c_1}{4} = \frac{c_1^2}{4} \quad (4.20)$$

- Linha 3

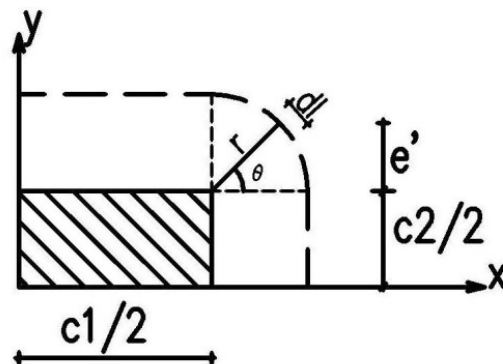


Figura: 4.10 - Demonstração de como calcular o w_1 de um arco.

$$dl = r * d\theta = 2d * d\theta$$

$$e' = r * \sin\theta = 2d * \sin\theta$$

$$W_{13} = \int_0^{u_1} |e| dl = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{c_1}{2} + e' \right) * 2d * d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2d \frac{c_1}{2} + 4d * \sin\theta \right) d\theta \cdot 2\pi d$$

$$W_{13} = c_1 d * [\theta]_0^{\frac{\pi}{2}} - 4d^2 * [\cos\theta]_0^{\frac{\pi}{2}} = c_1 d * \frac{\pi}{2} - 4d^2 * \left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0 \right]$$

$$W_{13} = c_1 * d * \frac{\pi}{2} + 4d^2 \quad (4.21)$$

O parâmetro W_1 é obtido da seguinte forma.

$$W_1 = 2W_{11} + 2W_{12} + 4W_{13}$$

Daí resulta que:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2c_1 d \pi \quad (4.22)$$

2. Com excentricidades nas duas direções ortogonais;

O valor do parâmetro β , no caso de um pilar retangular interior em que a carga é excêntrica em relação aos dois eixos, é determinado utilizando a seguinte expressão.

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_x} \right)^2 + \left(\frac{e_x}{b_y} \right)^2} \quad (4.23)$$

Em que:

$$\blacksquare e_x = \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} \quad (4.24)$$

$$\blacksquare e_y = \frac{M_{Ed,x}}{V_{Ed}} \quad (4.25)$$

4.1.2.2 Pilar interior circular

Neste caso o valor β é obtido pela seguinte expressão:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed} u_1}{V_{ed} W_1} \quad (4.26)$$

Em que:

- u_1 Perímetro do primeiro perímetro de controlo (Figura: 4.3);
- Neste caso adotar ($c_1 = c_2$) e $k=0.6$

- $e = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}}$;
- Parâmetro W_1 será determinado da seguinte forma:

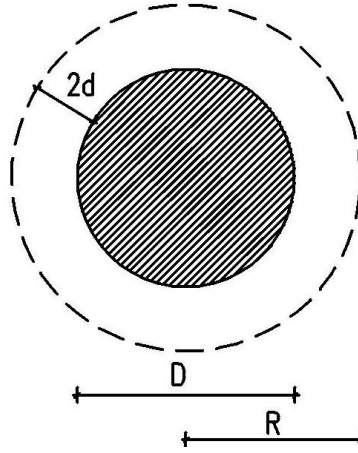


Figura: 4.11 - Pilar circular

$$W_1 = 4 * \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2d + \frac{D}{2}) * \sin\theta \left(2d + \frac{D}{2} \right) d\theta = 4 * (2d + \frac{D}{2})^2$$

$$W_1 = 16d^2 + D^2 + 8Dd \quad (4.27)$$

Valor de β junto do primeiro perímetro de controle:

$$R = 2d + \frac{D}{2} \quad (4.28)$$

$$u_1 = 2\pi R \quad (4.29)$$

$$e = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \quad (4.30)$$

$$W_1 = 4R^2 = 4 * (2d + \frac{D}{2})^2 \quad (4.31)$$

Substituindo (4.28), (4.29), (4.30) e (4.31) na expressão (4.26), obtém a seguinte expressão:

$$\beta = 1 + 0,6\pi \frac{e}{4d+D} \quad (4.32)$$

Em que:

- D Diâmetro do pilar circular;
- e excentricidades da carga aplicada;

4.1.2.3 Pilar de bordo

No caso de ligações de pilares de bordo, quando existem excentricidade nas duas direções ortogonais, o parâmetro β poderá ser determinado pela seguinte expressão:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1} epar \quad (4.33)$$

Em que:

- u_1 Perímetro do primeiro perímetro de controlo (Figura: 4.4);
- u_{1*} Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido (Figura: 4.5);
- k Determina-se com base na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Valores de k para áreas carregadas junto a um bordo livre

| $c_1/2c_2$ | ≤ 0.5 | 1.0 | 2.0 | ≥ 3.0 |
|------------|------------|------|------|------------|
| k | 0.45 | 0.60 | 0.70 | 0.80 |

- W_1 Para o perímetro primeiro perímetro de controlo é determinado pela seguinte expressão:

$$W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_1c_2 + 4c_1d + 8d^2 + \pi dc_2 \quad (4.34)$$

- $epar$ Excentricidade na direção paralela ao bordo da laje resultante de um momento em torno de um eixo perpendicular ao bordo da laje

$$epar = \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} \quad (4.35)$$

4.1.2.4 Pilar de canto

Nas ligações de pilares de canto, em que a excentricidade é dirigida para o interior da laje, admite-se que o esforço de punçoamento é uniformemente distribuído ao longo do perímetro de controlo reduzido, u_{1*} , como definido Figura: 4.7 o valor de β poderá ser considerado igual a:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} \quad (4.36)$$

Em caso de estruturas em que a estabilidade lateral não depende do funcionamento de pórticos formados por lajes e pilares, em que os vãos dos tramos adjacentes não diferem mais de 25%, poderão utilizar-se valores aproximados de β .

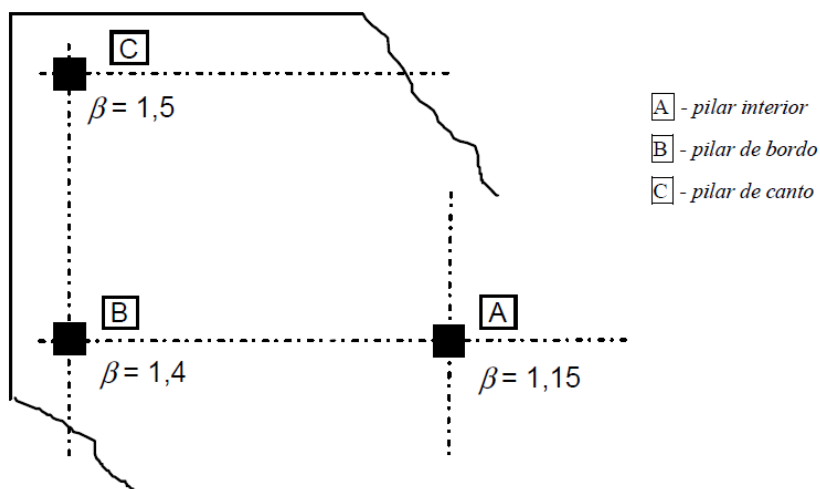


Figura: 4.12 - Valores recomendados para β [12]

4.1.3 Resistência ao punçoamento

Deverá verificar a resistência ao punçoamento na face do pilar u_0 e no primeiro perímetro de controlo u_1 , se for necessário armadura de punçoamento, deverá determinar-se um outro perímetro controlo, $u_{out,ef}$, perímetro a partir do qual não será necessário armadura de punçoamento.

O punçoamento pode resultar de uma carga concentrada ou reação aplicada em uma área relativamente pequena, chamada de área carregada A_{load} de uma laje ou uma fundação. O modelo de verificação recomendado para verificar resistência ao punçoamento é mostrado na Figura: 4.13.

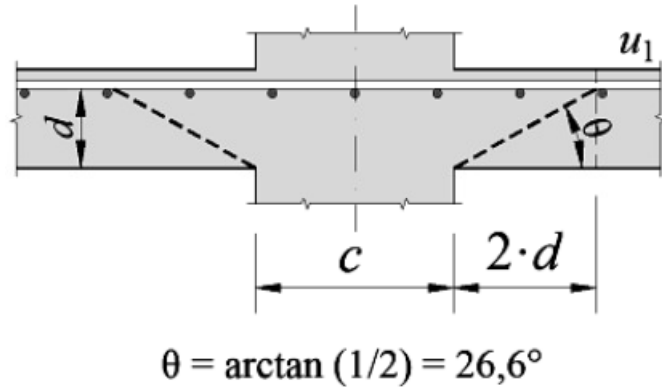


Figura: 4.13 - Modelo de verificação de punção no estado limite último do EC2 (2010)

Para ligações sem armadura de punçoamento, serão feitas, basicamente, três verificações.

a) Primeira verificação

A primeira verificação consiste em verificar a resistência máxima de punçoamento que deverá ser feita à face do pilar, caso não se verifica essa condição deve aumentar a espessura da laje, isso pode passar pela colocação um capitel, aumentar as dimensões do pilar também seria uma solução. No perímetro do pilar, a tensão atuante não deverá exceder o valor máximo da tensão de punçoamento:

$$v_{Ed,0} \leq v_{Rd,máx} \quad (4.37)$$

$$v_{Rd,máx} = 0.5v * f_{cd} \quad (4.38)$$

$$v = 0.6 \left(1 + \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (4.39)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.40)$$

Em que:

- $v_{Ed,0}$ Valor de cálculo do punçoamento atuante (no junto à face do pilar);
- $v_{Rd,máx}$ Valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo do elemento, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas;
- f_{cd} Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão;
- f_{ck} Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idades.

b) Segunda verificação

A segunda destina a verificar as tensões no primeiro perímetro de controlo determina a possibilidade de se dispensar a armadura de punçoamento na ligação.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (4.41)$$

$$v_{Rd,c} = \max \left\{ C_{Rd,c} * k * (100\rho_l * f_{ck})^{1/3}; 0.035 * k^{3/2} * f_{ck}^{1/2} \right\} \quad (4.42)$$

Em que:

- $v_{Rd,c}$ Valor de cálculo da resistência ao punçoamento;
- $k = \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2 \right\}$, com d em mm ;
- ρ_l Percentagem da armadura longitudinal;

Já a taxa de armadura à flexão (ρ_l) será a média geométrica das armaduras observadas segundo as duas direções x e y . O valor de (ρ_l), no entanto, está limitado em 0,02.

Portanto:

$$\rho_{lx} = \min \left\{ \frac{A_{sl,x}}{b*d}, 0.02 \right\} \quad (4.43)$$

$$\rho_{ly} = \min \left\{ \frac{A_{sl,y}}{b*d}, 0.02 \right\} \quad (4.44)$$

$$\rho_l = \sqrt{(\rho_x \cdot \rho_y)} \quad (4.45)$$

c) Terceira verificação

Já a terceira, é destinada ao caso de carregamentos excêntricos, no qual será verificado se a laje está devidamente armada para resistir a um determinado momento fletor, dado em função de uma parcela do valor da reação do pilar. Esta última verificação visa garantir a possibilidade da laje desenvolver integralmente toda a sua resistência ao punçoamento.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,cs} \quad (4.46)$$

$$v_{Rd,cs} = 0.75 * v_{Rd,c} + 1.5 * \frac{d}{S_r} * A_{sw} * f_{ywd,ef} * \frac{1}{u_1 * d} * \sin \alpha \quad (4.47)$$

Em que:

- $v_{Rd,cs}$ Valor de cálculo da resistência máxima ao punçoamento de uma laje com armadura de punçoamento, ao longo da secção de controlo considerada;
- A_{sw} Área de armaduras de punçoamento em torno do pilar;
- S_r Espaçamento radial dos perímetros de armadura de punçoamento;
- $f_{ywd,ef}$ Valor de cálculo da tensão efetiva de cedência das armaduras, obtida por:
- $f_{ywd,ef} = 250 + 0.25d$ [MPa] (4.48)
- α Ângulo entre as armaduras de punçoamento e o plano da laje;

Caso de não verificar a segunda condição procede à determinação da armadura de punçoamento pela seguinte expressão:

$$\frac{A_{sw}}{S_r} = \frac{v_{Ed} - 0.75 * v_{Rd,c} * u * d}{1.5 * d * f_{ywd,ef} * \sin \alpha} \quad (4.49)$$

De seguida determinar o perímetro de controlo para o qual não é necessário armadura de punçoamento, $u_{out,ef}$, deverá ser calculado utilizando a seguinte formula:

$$u_{out,ef} = \beta * \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} * d} \quad (4.50)$$

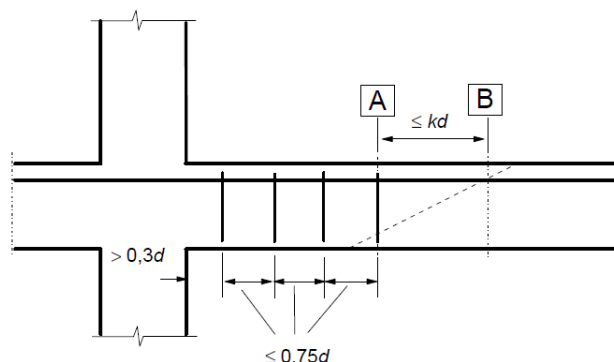
O perímetro exterior da armadura de punçoamento deverá ser colocado a uma distância não superior a kd no interior do $u_{out,ef}$.

Em que o k determinado para o país é 1,5.

4.1.4 Armadura de punçoamento

Quando é necessário as armaduras de punçoamento ($v_{Ed} \geq V_{Rd,c}$), estas deverão ser colocadas entre a área carregada ou pilar de apoio e kd no interior do perímetro de controlo a partir do qual a armadura de punçoamento deixa de ser necessária ($u_{out,ef}$).

Deverão ser construídas, pelo menos, por dois perímetros de estribos (ver a Figura: 4.14) de espaçamento não superior a $0,75d$.

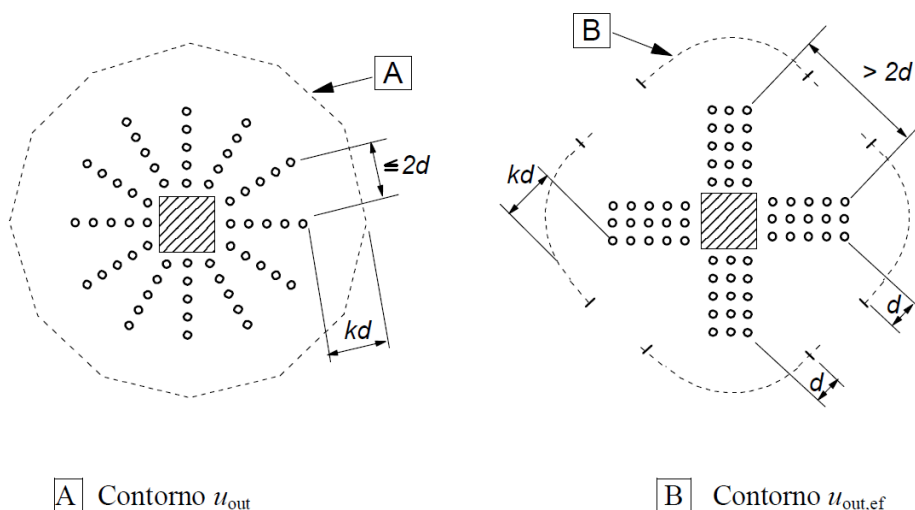


A - perímetro de exterior que necessita de armadura de punçoamento.

B - Primeiro perímetro de controlo que não necessita de armadura de punçoamento.

Figura: 4.14 - Espaçamento de estribos [12]

O espaçamento entre ramos dos estribos de um perímetro não deverá ser superior a $1,5d$ no interior o primeiro perímetro de controlo (localizado a menos de $2d$ da área carregada) e não deverá ser superior a $2d$ para os perímetros exteriores ao perímetro de controlo na extensão que se considera contribuir para a capacidade resistente ao punçoamento (ver a Figura: 4.15).



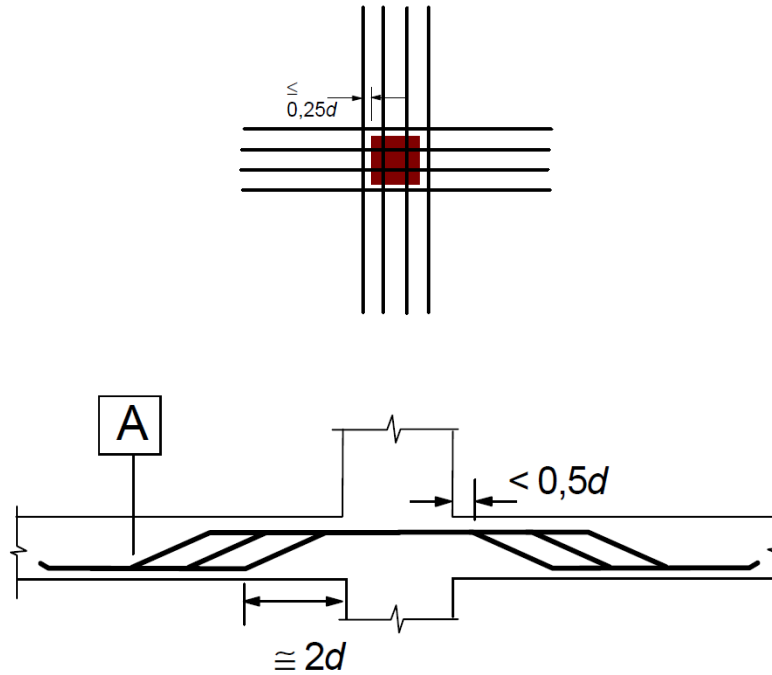
A Contorno u_{out}

B Contorno $u_{out,ef}$

Figura: 4.15 - Perímetro de controlos para pilares interiores [12].

Para varões inclinados com a disposição indicada na Figura: 4.16, poderá considerar-se que é suficiente a um único perímetro.

Os varões inclinados que atravessam a área carregada ou que estejam dispostos numa distância não superior a $0,25d$ dessa área poderão ser utilizados como armadura de punçoamento (ver a Figura: 4.16).



A - perímetro de exterior que necessita de armadura de punçoamento.

Figura: 4.16 - Espaçamento de varões inclinados [12]

A distância entre a face de um apoio, ou o contorno de uma área carregada, e as armaduras de punçoamento mais próximas consideradas no dimensionamento não deverá ser superior a $0,5d$. Essa distância deverá ser medida ao nível da armadura de tração.

Se utilizar apenas um única fiada de varões inclinados, a sua inclinação poderá ser reduzida para 30° .

$$A_{sw} = \frac{v_{Ed} - 0,75 \cdot V_{Rd,c} \cdot u \cdot d}{1,5 \cdot 0,67 \cdot f_{ywd,ef} \cdot \sin \alpha} \quad (4.51)$$

Quando é necessária armadura de punçoamento, a área de um ramo de um estribo (ou equivalente), $A_{sw,min}$, obtida a partir da seguinte expressão.

$$v_{Ed} \geq v_{Rd,c} \quad (4.52)$$

$$A_{sw,min} * (1.5 * \sin \alpha + \cos \alpha) / (s_r + s_t) \geq 0.08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (4.53)$$

$$A_{sw,min} \geq 0.08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} * \frac{(s_r + s_t)}{(1.5 * \sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (4.54)$$

Em que:

- α Ângulo entre a armadura de punçoamento e a armadura principal (ou seja, para estribos verticais $\alpha=90^\circ$ e $\sin\alpha=1$);
- S_r Espaçamento dos estribos na direção radial;
- S_t Espaçamento dos estribos na direção tangencial;
- f_{ck} em MPa

Para as áreas carregadas junto a um bordo livre ou a um canto, a uma distância inferior a d , deverá ser adotado uma armadura de bordo livre.

Ao longo do bordo livre (não apoiado), a laje deverá, ter armaduras longitudinais e transversais em geral despostas como se indica na Figura: 4.17.

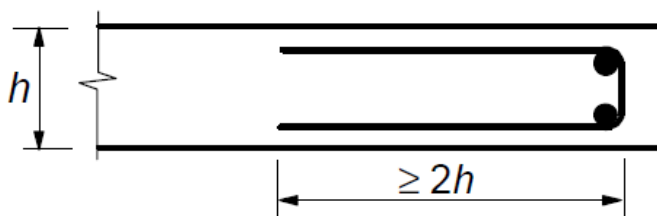


Figura: 4.17 - Armadura de bordo livre numa laje [12].

4.1.5 Exemplos

4.1.5.1 Pilar interior retangular

Este exemplo demonstra o procedimento de verificação ao estado limite último da resistência ao punçoamento de uma laje fungiforme que apoia num pilar retangular interior.

| | | | |
|----------------------------------|--|-----------------------------|--|
| Materiais: | | Laje: | |
| Betão C25/30 | | h = 0.20m | |
| Aço A500 | | rec = 0.025m | |
| Esforços: | | Pilar: | |
| V_{Ed} = 135 kN | | bx = 0.35m | |
| M_{Ed,x} = 30 kNm | | by = 0.35m | |
| M_{Ed,y} = 32 kNm | | | |
| Armaduras: | | | |
| Aslx = Ø10//.10 (7.85cm2/m) | | Asly = Ø10//.10 (7.85cm2/m) | |

▪ Primeira verificação

$$v_{Ed,0} \leq v_{Rd,m\acute{a}x}$$

$$d = h - rec = 0.20 - 0.025 = 0.175m$$

$$v_{Ed,0} = \beta * \frac{V_{Ed}}{u_0 * d}$$

$$u_0 = 2 * (bx + by) = 2 * (0.35 + 0.35) = 1.40m$$

$$e_x = \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} = \frac{32}{135} = 0.24m$$

$$e_y = \frac{M_{Ed,x}}{V_{Ed}} = \frac{30}{135} = 0.22m$$

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_x}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{b_y}\right)^2} = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{0.22}{0.35}\right)^2 + \left(\frac{0.24}{0.35}\right)^2} = 2.67$$

$$v_{Ed,0} = 2.67 * \frac{271}{1.40 * 0.175} = 1471.22 \text{ kN/m}^2$$

$$v = 0.6 \left(1 + \frac{25}{250} \right) = 0.66$$

$$v_{Rd,m\acute{a}x} = 0.5 * v * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.5 * 0.66 * \frac{25000}{1.5} = 5500 \text{ kN/m}^2$$

$$v_{Ed,0} \leq v_{Rd,m\acute{a}x} \Rightarrow \text{Verifica junto à face do pilar}$$

▪ **Segunda verificação**

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

$$u_1 = 2 * (bx + by) + 4 * \pi * d = 2 * (0.35 + 0.35) + 4 * \pi * 0.175 = 3.60 \text{ m}$$

$$e_x = 0.24 \text{ m}$$

$$e_y = 0.22 \text{ m}$$

$$\beta = 2.67$$

$$v_{Ed} = 2.67 * \frac{135}{3.60 * 0.175} = 572.14 \text{ kN/m}^2$$

$$v_{Rd,c} = \max \left\{ C_{Rd,c} * k * (100 \rho_l * f_{ck})^{1/3}; 0.035 * k^{3/2} * f_{ck}^{1/2} \right\}$$

$$k = \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2 \right\} = \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{175}}; 2 \right\} = 2$$

$$\rho_{lx} = \min \left\{ \frac{A_{slx}}{b * d}, 0.02 \right\} = \min \left\{ \frac{7.85 * 10^{-4}}{1 * 0.175}, 0.02 \right\} = 0.00449$$

$$\rho_{ly} = \min \left\{ \frac{A_{sly}}{b * d}, 0.02 \right\} = \min \left\{ \frac{7.85 * 10^{-4}}{1 * 0.175}, 0.02 \right\} = 0.00449$$

$$\rho_{lx} = \sqrt{\rho_{lx} * \rho_{ly}} = \sqrt{0.00449 * 0.00449} = 0.00449$$

$$v_{Rd,c} = \max \left\{ 0.12 * 2 * (100 * 0.00449 * 25)^{1/3}; 0.035 * 2^{3/2} * 25^{1/2} \right\} * 1000$$

$$v_{Rd,c} = \max \{ 0.53737; 0.49497 \} * 1000 = 537.37 \text{ kN/m}^2$$

$$v_{Ed} \geq v_{Rd,c} \Rightarrow \text{Não verifica}$$

Conclui-se que é necessário aumentar a resistência da ligação, sendo a solução a adotar é de colocar a armadura de punçoamento à ligação.

$$v_{Rd,cs} = 0.75 * v_{Rd,c} + 1.5 * \frac{d}{S_r} * A_{sp} * f_{ywd,eff} * \frac{1}{u_1 * d}$$

$$f_{ywd,eff} = 250 + 0.25d = 250 + 0.25 * 0.175 = 250.04 MPa$$

$$\frac{A_{sp}}{S_r} = \frac{v_{Ed} - 0.75 * v_{Rd,c} * u * d}{1.5 * d * f_{ywd,eff} * \sin \alpha}$$

$$\frac{A_{sp}}{S_r} = \frac{572.14 - 0.75 * 537.37 * 3.60 * 0.175}{1.5 * 0.175 * 250.04 * 10^3 * \sin 90} * 10000 = 54.23 cm^2/m$$

$$u_{out,eff} = \beta * \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c} * d} = 2.67 * \frac{572.14}{537.37 * 0.175} = 16.24m$$

$$kd = 1.5 * d = 1.5 * 0.175 = 0.2625m$$

Adotar $kd = 0.25m$

4.1.5.2 Pilar de bordo com abertura junto ao apoio

Verificar o estado limite último da resistência ao punçoamento de uma ligação laje - pilar de bordo com uma abertura junto a este.

| | |
|--|---------------------|
| Materiais: | Laje: |
| Betão C25/30 | h = 0.20m |
| Aço A500 | rec = 0.025m |
| Esforços: | Pilar: |
| V_{Ed} = 150 kN | bx = 0.30m |
| M_{Ed,x} = 75.00 kNm | by = 0.50m |
| M_{Ed,y} = 15.00 kNm | |
| Armaduras: | Abertura: |
| Aslx = Ø12//.15 (7.54cm ² /m) | xA = 1.25m |
| Asly = Ø12//.15 (7.54cm ² /m) | yA = 0.90m |
| | a = 1.00m |
| | lx = 0.20m |
| | ly = 0.40m |

▪ Primeira verificação

$$v_{Ed,0} \leq v_{Rd,m\acute{a}x}$$

$$d = h - rec = 0.20 - 0.025 = 0.175m$$

$$v_{Ed,0} = \beta * \frac{V_{Ed}}{u_0 * d}$$

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1} epar$$

$$epar = \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} = \frac{15}{300} = 0.10m$$

$$u_0 = \min \begin{cases} by + 3 * d = 0.50 + 3 * 0.175 = 1.03m \\ 2bx + by = 2 * 0.30 + 0.50 = 1.10m \end{cases}$$

$$u_0 = 1.03m$$

$$k \left(\frac{c_1}{2c_2} \right) = \left(\frac{0.3}{2} * 0.5 \right) = 0.3 \Rightarrow k = 0.45$$

$$W_1 = \frac{by^2}{4} + bx * by + 4bx * d + 8d^2 + \pi d * by$$

$$W_1 = \frac{0.5^2}{4} + 0.3 * 0.5 + 4 * 0.3 * 0.175 + 8 * 0.175^2 + \pi * 0.175 * 0.5 = 0.94$$

$$u_1 = 2bx + by + 2\pi d = 2 * 0.3 + 0.5 + 2 * \pi * 0.175 = 2.20m$$

$$bx * = \min \begin{cases} 1.5 * d = 1.5 * 0.175 = 0.26m \\ 0.5 * bx = 0.5 * 0.3 = 0.15m \end{cases}$$

$$u_{1*} = 2bx * + by + 2\pi d = 2 * 0.15 + 0.5 + 2 * \pi * 0.175 = 1.90m$$

$$\beta = \frac{2.20}{1.90} + 0.45 * \frac{2.20}{0.94} * 0.10 = 1.26$$

$$v_{Ed,0} = 1.26 * \frac{150}{1.03 * 0.175} = 1048.54kN/m^2$$

$$v = 0.6 \left(1 + \frac{25}{250} \right) = 0.66$$

$$v_{Rd,m\acute{a}x} = 0.5 * v * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.5 * 0.66 * \frac{25000}{1.5} = 5500kN/m^2$$

$$v_{Ed,0} \leq v_{Rd,m\acute{a}x} \Rightarrow \text{Verifica junto à face do pilar}$$

▪ Segunda verificação

Para a determinação do perímetro de controlo sem ter em conta a parte do perímetro de controlo compreendida entre as duas tangentes à abertura traçadas desde o centro da área carregada o centro do pilar como sendo o centro do sistema, ou seja as coordenadas da abertura será em relação ao centro de massa do pilar.

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

$$\alpha = \tan^{-1}(y_A/x_A) = \tan^{-1}(0.90/1.25) = 35.75^\circ$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left((y_A + \frac{l_y}{2})/(x_A + \frac{l_x}{2})\right) = \tan^{-1}(0.70/1.35) = 27.40^\circ$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1}\left((x_A - \frac{l_x}{2})/(y_A + \frac{l_y}{2})\right) = \tan^{-1}(1.15/1.10) = 46.27^\circ$$

$$h_1 = \left(\frac{b_x}{2} + 2d\right) * \tan \alpha_1 = \left(\frac{0.30}{2} + 2 * 0.175\right) * \tan 27.40 = 0.26m > 0.25m$$

$h_1 > b_y/2$, isto significa que o segmento de reta r1 intersesta o primeiro perímetro de controlo numa zona curva como mostra a Figura: 4.18.

$$a_1 = \left(\frac{b_y}{2} + 2d\right) * \tan \alpha_2 = \left(\frac{0.50}{2} + 2 * 0.175\right) * \sin 46.27 = 0.63m$$

$a_1 > b_x/2$, o segmento de reta r2 corta o primeiro perímetro de controlo numa zona curva como mostra a Figura: 4.18.

$$\alpha_3 = 90 - \alpha_2 = 90 - 46.27 = 43.73^\circ$$

$$r = 2d = 2 * 0.175 = 0.35m$$

➤ Cálculo da primeira tangente r1.

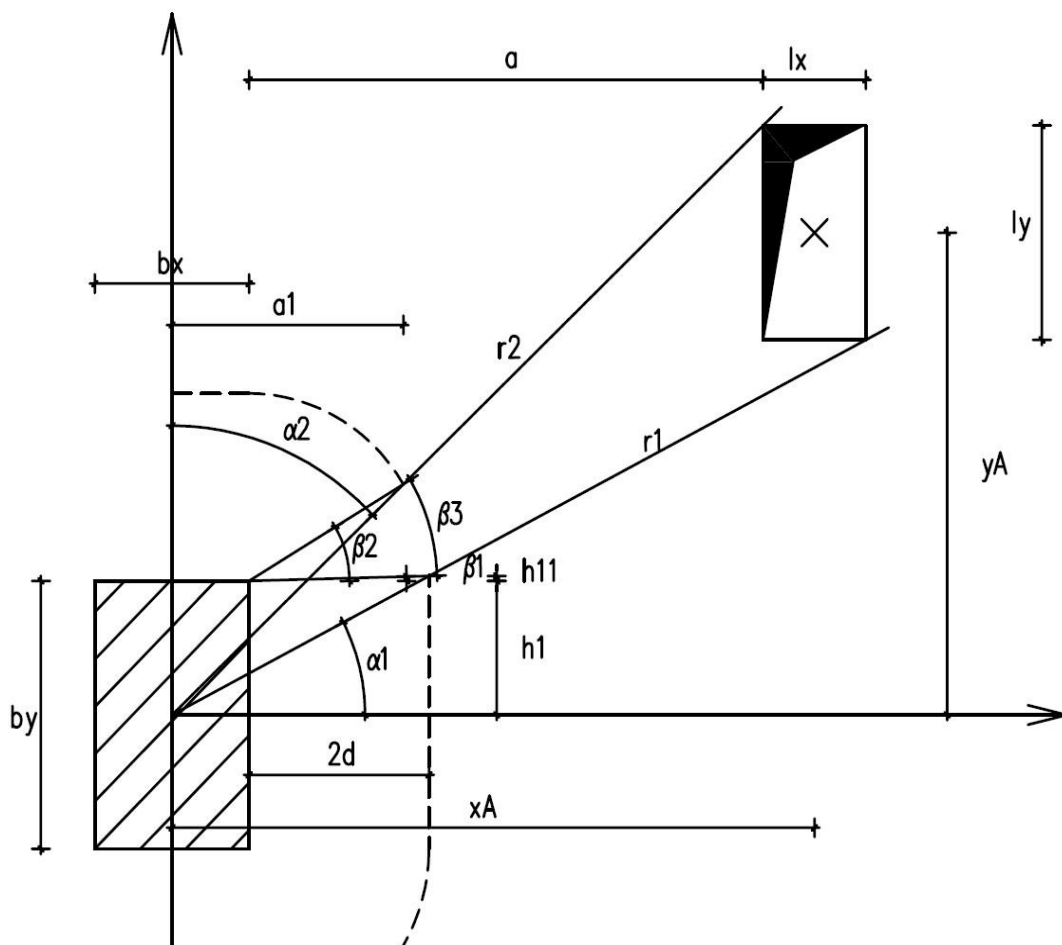


Figura: 4.18 - Parâmetros a ter em conta na verificação

$$\left(x_1 - \frac{b_x}{2}\right)^2 \left(y_1 - \frac{b_y}{2}\right)^2 = r^2$$

$$x_1^2 - x_1 * b_x + \frac{b_x^2}{4} + y_1^2 - y_1 * b_y + \frac{b_y^2}{4} = r^2$$

$$y_1 = \tan \alpha_1 * x_1 \Rightarrow p_1 = \tan \alpha_1 \Rightarrow y_1 = p_1 x_1$$

$$x_1^2 - x_1 * b_x + \frac{b_x^2}{4} + p_1 x_1^2 - p_1 x_1 * b_y + \frac{b_y^2}{4} - r^2 = 0$$

$$x_1^2 (1 + p_1^2) - x_1 (b_x + p_1 b_y) + \frac{b_x^2}{4} + \frac{b_y^2}{4} - r^2 = 0$$

$$x_1 = \frac{(b_x + p_1 b_y) \pm \sqrt{(b_x + p_1 b_y)^2 - 4((1 + p_1^2) * (\frac{b_x^2}{4} + \frac{b_y^2}{4} - r^2))}}{2(1 + p_1^2)}$$

$$p_1 = \tan \alpha_1 = \tan 27.4 = 0.52$$

$$x_1 = \frac{(0.30 + 0.52 * 0.50) + \sqrt{(0.30 + 0.52 * 0.50)^2 - 4(1 + 0.52^2)(\frac{0.30^2}{4} + \frac{0.50^2}{4} - 0.35^2)}}{2(1 + 0.52^2)}$$

$$x_1 = 0.50m$$

$$y_1 = 0.52 * 0.50 = 0.26m$$

$$\beta_1 = \tan^{-1} \left((y_1 - \frac{l_y}{2}) / (x_1 - \frac{l_x}{2}) \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0.26 - \frac{0.50}{2}}{0.50 - \frac{0.30}{2}} \right) = 1.64^\circ$$

➤ Cálculo da segunda tangente r2

$$\left(x_2 - \frac{b_x}{2} \right)^2 \left(y_1 - \frac{b_y}{2} \right)^2 = r^2$$

$$x_2^2 - x_2 * b_x + \frac{b_x^2}{4} + y_2^2 - y_2 * b_y + \frac{b_y^2}{4} = r^2$$

$$y_2 = \tan \alpha_3 * x \rightarrow p_2 = \tan \alpha_3 \rightarrow y_1 = p_2 x_2$$

$$x_2^2 - x_2 * b_x + \frac{b_x^2}{4} + p_2 x_2^2 - p_2 x_2 * b_y + \frac{b_y^2}{4} - r^2 = 0$$

$$x_2^2 (1 + p_2^2) - x_2 (b_x + p_2 b_y) + \frac{b_x^2}{4} + \frac{b_y^2}{4} - r^2 = 0$$

$$x_2 = \frac{(b_x + p_2 b_y) \pm \sqrt{(b_x + p_2 b_y)^2 - 4((1 + p_2^2) * (\frac{b_x^2}{4} + \frac{b_y^2}{4} - r^2))}}{2(1 + p_2^2)}$$

$$p_2 = \tan \alpha_3 = \tan 43.73 = 0.96$$

$$x_2 = \frac{(0.30 + 0.96 * 0.50) + \sqrt{(0.30 + 0.96 * 0.50)^2 - 4(1 + 0.96^2)(\frac{0.30^2}{4} + \frac{0.50^2}{4} - 0.35^2)}}{2(1 + 0.96^2)}$$

$$x_2 = 0.45m$$

$$y_2 = 0.96 * 0.45 = 0.43m$$

$$\beta_2 = \tan^{-1} \left((y_2 - \frac{l_y}{2}) / (x_2 - \frac{l_x}{2}) \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0.43 - \frac{0.50}{2}}{0.45 - \frac{0.30}{2}} \right) = 31^\circ$$

$$\beta_3 = \beta_2 - \beta_1 = 31 - 1.64 = 29.36^\circ$$

$$arc_1 = \frac{\beta_3 * \pi * r}{180} = \frac{29.36 * \pi * 0.35}{180} = 0.18m$$

$$u_{11} = u_1 - arc_1 = 2.20 - 0.18 = 2.02m$$

$$v_{Ed} = 1.26 * \frac{150}{2.02 * 0.175} = 534.65kN/m^2$$

$$v_{Rd,c} = \max\left\{C_{Rd,c} * k * (100\rho_l * f_{ck})^{1/3}; 0.035 * k^{3/2} * f_{ck}^{1/2}\right\}$$

$$k = \min\left\{1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2\right\} = \min\left\{1 + \sqrt{\frac{200}{175}}; 2\right\} = 2$$

$$\rho_{lx} = \min\left\{\frac{As_{lx}}{b * d}, 0.02\right\} = \min\left\{\frac{7.54 * 10^{-4}}{1 * 0.175}, 0.02\right\} = 0.0043$$

$$\rho_{ly} = \min\left\{\frac{As_{ly}}{b * d}, 0.02\right\} = \min\left\{\frac{7.54 * 10^{-4}}{1 * 0.175}, 0.02\right\} = 0.0043$$

$$\rho_{lx} = \sqrt{\rho_{lx} * \rho_{ly}} = \sqrt{0.0043 * 0.0043} = 0.0043$$

$$v_{Rd,c} = \max\left\{0.12 * 2 * (100 * 0.0043 * 25)^{1/3}; 0.035 * 2^{3/2} * 25^{1/2}\right\} * 1000$$

$$v_{Rd,c} = \max\{0.52968; 0.49497\} * 1000 = 529.68kN/m^2$$

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} ==> \text{Não verifica}$$

Conclui-se que é necessário aumentar a resistência da ligação, sendo a solução adotada é de colocar a armadura de punçoamento à ligação.

$$v_{Rd,cs} = 0.75 * v_{Rd,c} + 1.5 * \frac{d}{S_r} * A_{sp} * f_{ywd,ef} * \frac{1}{u_1 * d}$$

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0.25d = 250 + 0.25 * 0.175 = 250.04MPa$$

$$\frac{A_{sp}}{S_r} = \frac{v_{Ed} - 0.75 * v_{Rd,c} * u * d}{1.5 * d * f_{ywd,ef} * \sin \alpha}$$

$$\frac{A_{sp}}{S_r} = \frac{534.65 - 0.75 * 529.68 * 2.02 * 0.175}{1.5 * 0.175 * 250.04 * 10^3 * \sin 90} * 10000 = 60.06cm^2/m$$

$$u_{out,ef} = \beta * \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c} * d} = 1.26 * \frac{534.65}{529.68 * 0.175} = 7.27m$$

$$k = 1.5 * d = 1.5 * 0.175 = 0.2625m$$

Adotar $k = 0.25m$

4.2 Lajes sobre capitéis

Lajes que apoia sobre uma extremidade superior dos pilares, cuja função é transmitir os esforços para o pilar. Capitel é um alargamento da cabeça do pilar na zona de ligação à laje, existem diferentes tipos de capitéis, eles foram usados desde a antiguidade (Grécia, Roma, etc.). Atualmente não são muito comuns, principalmente pelas suas dificuldades construtivas. Pode usar uma maior espessura das lajes na zona de ligação para reduzir o efeito de punçoamento.

Dependendo das dimensões do capitel pode se fazer a verificação ao estado limite último da resistência ao punçoamento dentro e fora do capitel ou apenas fora do capitel.

- Caso 1 – Em que as lajes sobre capitéis circulares para os quais $l_H < 2h_H$ só é necessário verificar as tensões de punçoamento, de acordo com a verificação da resistência ao punçoamento, na secção de controlo exterior ao capitel. A distancia desta secção a partir do baricentro do pilar, r_{cont} , poderá ser igual a:

$$r_{cont} = 2d + l_H + 0.5c \quad (4.55)$$

Em que:

- l_H Distância da face do pilar á face do capitel
- c Diâmetro do pilar circular

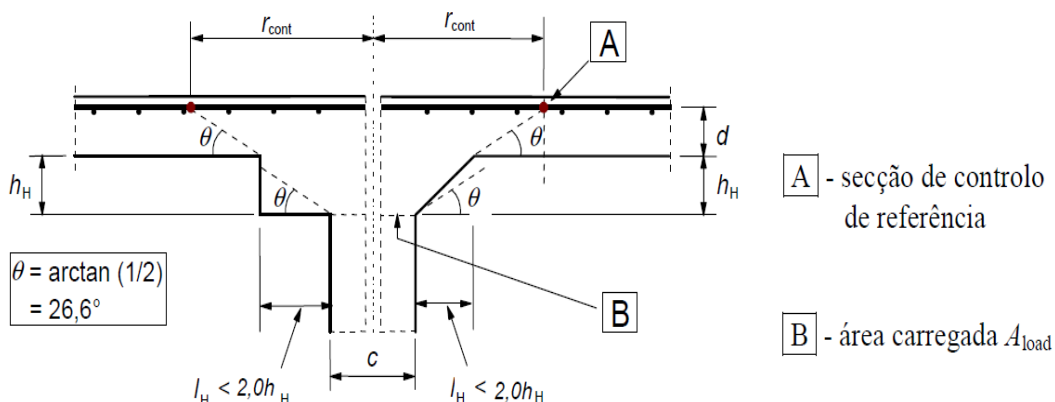


Figura: 4.19 - Laje sobre capitel com $l_H < 2h_H$ [12]

- Caso 2 - Pilar retangular com um capitel retangular com $l_H < 2h_H$;

Em que h_H corresponde a altura do capitel.

Onde:

$$l_1 = c_1 + 2l_{H1} \quad (4.56)$$

$$l_2 = c_2 + 2l_{H2} \quad (4.57)$$

Sendo l_1 e l_2 as dimensões do capitel, com $l_1 \leq l_2$ poderá considerar-se:

$$r_{cont} = \min \begin{cases} 2d + 0.56\sqrt{l_1 l_2} \\ 2d + 0.69l_1 \end{cases} \quad (4.58)$$

Fazendo:

$$r_{eq} = \min \begin{cases} 0.56\sqrt{l_1 l_2} \\ 0.69l_1 \end{cases} \quad (4.59)$$

Substituindo r_{eq} na expressão de r_{cont} fica da seguinte forma:

$$r_{cont} = 2d + r_{eq} \quad (4.60)$$

Em que r_{eq} será o raio do capitel equivalente (ver Figura: 4.20) e a verificação será feita a $2d$ desse capitel equivalente.

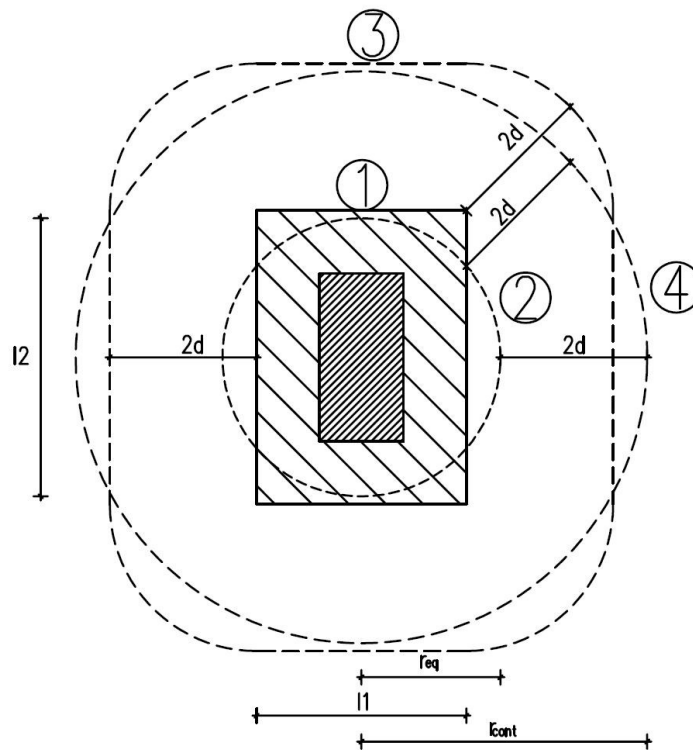


Figura: 4.20 - Perímetro de controle de uma laje sobre capitel retangular

Legenda:

- 1 Capitel retangular;
- 2 Capitel equivalente;
- 3 Primeiro perímetro de controlo situado a uma distância $2d$ do capitel retangular;
- 4 Primeiro perímetro de controlo situado a uma distância $2d$ do capitel equivalente.

▪ Caso 3 - lajes sobre capiteis em que $l_H > 2h_H$, deverá verificar-se os perímetros de controlo, tanto no interior do capitel como na laje.

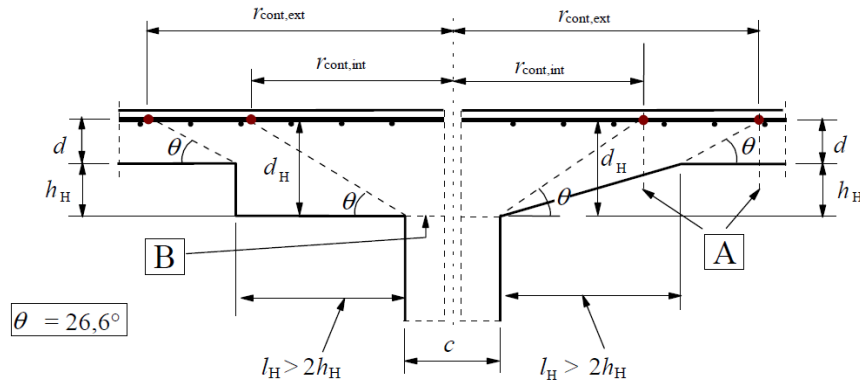


Figura: 4.21 - Laje sobre capitel com $l_H < 2(d + h_H)$ [12].

A – secção de controlo de referência para pilares circulares

B – área carregada A_{load}

No caso de pilares circulares, as distâncias desde o centro da gravidade do pilar até às secções de controlo, poderão ser consideradas iguais a:

$$r_{cont,ext} = l_H + 2d + 0.5c \quad (4.61)$$

$$r_{cont,int} = 2(d + h_H) + 0.5c \quad (4.62)$$

4.2.1 Perímetro de controlo

Como referido no capítulo anterior o perímetro de controlo situa-se a uma distância $2d$ da área carregada. Em que (d) é a altura útil calculada anteriormente.

Nas figuras, define-se $c1$ como sendo o lado do pilar paralelo ao eixo x, enquanto que $c2$ é o lado perpendicular a este eixo.

4.2.1.1 Pilar interior retangular

No caso de lajes sobre capitéis retangulares que apoia sobre pilares retangulares deverá verificar a resistência ao punçoamento para os seguintes perímetros de controlo:

- com $l_H < 2h_H$ e dimensões l_1 e l_2 ($l_1 = c_1 + 2l_{H1}$, $l_2 = c_2 + 2l_{H2}$, $l_1 \leq l_2$), poderá considerar-se:

➤ Junto à face do pilar;

$$u_0 = 2 * (c_1 + c_2) \quad (4.63)$$

Em que:

- l_1 e l_2 Comprimento do capitel segundo as direções ortogonais;
- l_{H1} e l_{H2} Distância entre a face do pilar e o bordo do capitel segundo as direções ortogonais;
- c_1 e c_2 São as dimensões do pilar.

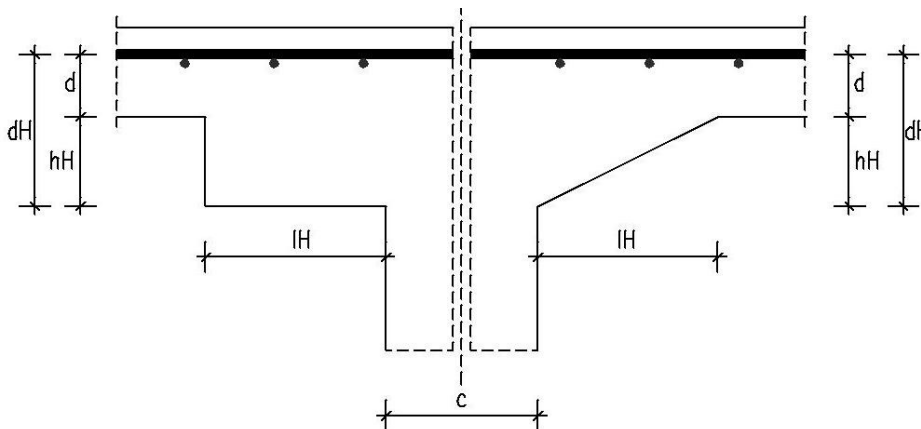


Figura: 4.22 - Laje sobre capitel que apoia sobre um pilar interior

➤ Perímetro exterior ao capitel.

$$u_e = 2\pi r_{cont,ext} \quad (4.64)$$

- Com $l_H > 2h_H$, deverá verificar-se os perímetros de controlo, tanto no interior do capitel como da laje.

- Perímetro no interior do capitel ou seja o perímetro a duas vezes a altura útil do capitel;

$$u_i = 2 * (c_1 + c_2) + 4\pi(d + h_H) \quad (4.65)$$

- Perímetro exterior ao capitel, perímetro obtido a uma distância duas vezes a altura útil da laje.

$$u_e = 2 * (l_1 + l_2) + 4\pi d \quad (4.66)$$

4.2.1.2 Pilar interior circular

Para as lajes sobre capitéis circulares que apoia sobre pilares circulares, há semelhança do anterior, deverá calcular os seguintes perímetros de controlo:

- com $l_H < 2h_H$, deverá verificar-se o perímetro de controlo exterior ao capitel.

- Junto à face do pilar;

$$u_0 = \pi * c \quad (4.67)$$

- Perímetro de controlo exterior ao capitel.

$$u_e = \pi * (c + 2 * l_H * 4d) \quad (4.68)$$

Em que:

- c Diâmetro do pilar;
- l_H Distância entre a face do pilar e face do capitel;

- Com $l_H > 2h_H$, deverá verificar-se os perímetros de controlo, tanto no interior do capitel como na laje.

- Perímetro no interior do capitel ou seja o perímetro a duas vezes a altura útil do pilar;

$$u_i = \pi * (c + 4(d + h_H)) \quad (4.69)$$

- Perímetro exterior ao capitel.

$$u_e = \pi * (c + 2l_H * 4d) \quad (4.70)$$

4.2.1.3 Pilar de bordo

Para uma área carregada localizada junto a um bordo livre, o perímetro de controlo deverá ser considerado conforme representado na Figura: 4.23, desde que o seu perímetro (excluído o bordo livre) seja inferior ao obtido a partir de uma distancia $2d$.

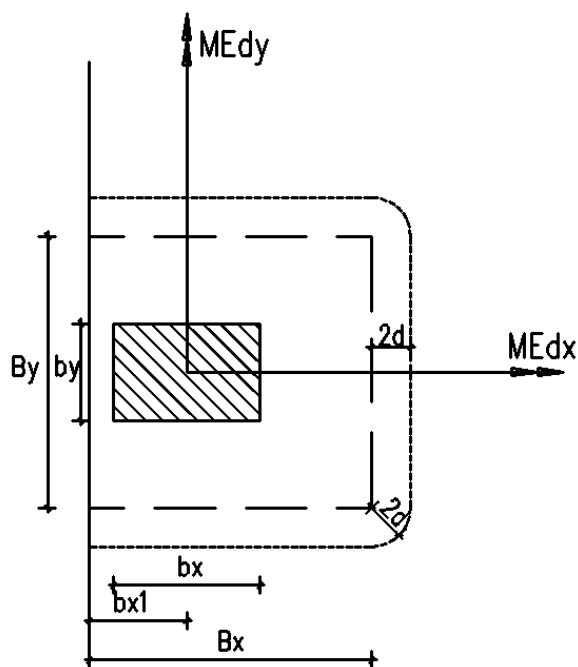


Figura: 4.23 - Primeiro perímetro de controlo para as áreas carregadas junto a um bordo livre

- com $l_H < 2h_H$ a verificação deve ser feita no primeiro perímetro de controlo.

- Junto à face do pilar;

$$u_0 = \min \left\{ \begin{matrix} c_2 + 3 * (d + h_H) \\ 2c_1 + c_2 \end{matrix} \right. \quad (4.71)$$

- Perímetro exterior ao capitel.

$$u_e = 2 * l_1 + l_2 + 2\pi d \quad (4.72)$$

- Com $l_H > 2h_H$, deverá verificar-se os perímetros de controlo, tanto no interior do capital como da laje, para além dos perímetros à face do pilar e junto à face do capitel
- Perímetro no interior do capitel ou seja o perímetro a duas vezes a altura útil do capitel;

$$u_i = 2 * c_1 + c_2 + 2\pi(d + h_H) \quad (4.73)$$

- Perímetro exterior ao capitel.

$$u_e = 2 * l_1 + l_2 + 2\pi d \quad (4.74)$$

No caso das ligações de ligação de pilares de bordo, em que a excentricidade na direção perpendicular ao bordo da laje (resultante de um momento em torno de um eixo paralelo ao bordo da laje) é dirigida para o interior e não há excentricidade na direção paralela ao bordo, poderá considerar-se o esforço de punçoamento uniformemente distribuída ao longo do perímetro de controlo, u_{1*} , determinado à semelhança do primeiro perímetro de controlo reduzido obtido em 4.1.1.3.

$$l_{1*} = \min \begin{cases} 1.5 * (d + h_H) \\ 0.5 * l_1 \end{cases} \quad (4.75)$$

$$u_{1*} = 2l_{1*} + l_2 + 2\pi d \quad (4.76)$$

Em que:

- l_{1*} Comprimento reduzido do capitel;
- u_{1*} Primeiro perímetro de controlo reduzido;

4.2.1.4 Pilar de canto

Para uma área carregada localizada junto a um bordo livre ou a um canto, o perímetro de controlo deverá ser considerado conforme representado na Figura: 4.24, desde que o seu perímetro (excluído os bordos livres) seja inferior ao obtido a partir de uma distancia $2d$.

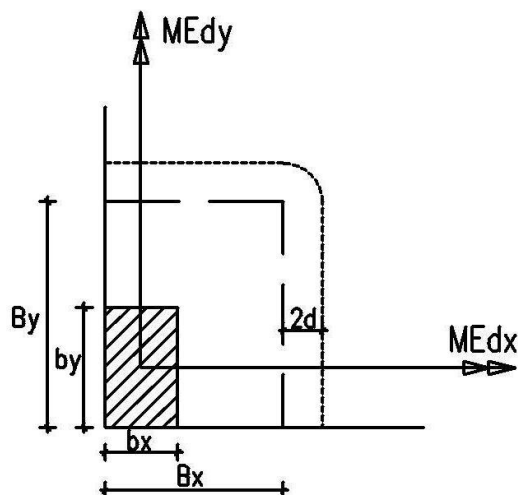


Figura: 4.24 - Primeiro perímetro de controlo para áreas carregadas junto a um canto

- com $l_H < 2h_H$ deverá verificar junto à face do pilar e no perímetro exterior ao capitel que situa-se a uma distancia $2d$ do capitel.

➤ Junto à face do pilar;

$$u_0 = \min \left\{ \begin{array}{l} 3 * (d + h_H) \\ c_1 + c_2 \end{array} \right. \quad (4.77)$$

➤ Perímetro exterior ao capitel.

$$u_e = l_1 + l_1 + \pi d \quad (4.78)$$

- Com $l_H > 2h_H$, deverá verificar-se os perímetros de controlo, no interior do capitel, no interior da laje, para além dos perímetros à face do pilar e junto à face do capitel.

➤ Perímetro no interior do capitel ou seja o perímetro a uma distancia duas vezes a altura útil do capitel

$$u_i = c_1 + c_2 + \pi(d + h_H) \quad (4.79)$$

➤ Perímetro exterior ao capitel.

$$u_e = l_1 + l_2 + \pi d \quad (4.80)$$

No caso das ligações de pilares de canto, em que a excentricidade é dirigida para o interior da laje, admite-se que o esforço de punçoamento é uniformemente distribuído ao longo do perímetro de controlo reduzido, u_{1*} , determinado à semelhança de 4.1.1.4

$$l_{1*} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1.5 * (d + h_H) \\ 0.5 * l_1 \end{array} \right. \quad (4.81)$$

$$l_{2*} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1.5 * (d + h_H) \\ 0.5 * l_2 \end{array} \right. \quad (4.82)$$

$$u_{1*} = l_{1*} + l_{2*} + \pi d \quad (4.83)$$

Em que:

- l_{1*} e l_{2*} São as dimensões do capitel
- u_{1*} Primeiro perímetro de controlo reduzido;

4.2.2 Cálculo do parâmetro β

O parâmetro β é determinado de igual modo a que foi determinado em 4.1.2.

4.2.2.1 Pilar interior

A expressão que se segue deverá ser utilizada quando há apenas uma excentricidade.

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed} u_1}{V_{Ed} W_1} \quad (4.84)$$

Em que:

- k À semelhança do cálculo para os pilar será aplicado nos capitéis

Tabela 4.3- Valores de k para áreas carregadas retangulares

| l_1/l_2 | ≤ 0.5 | 1.0 | 2.0 | ≥ 3.0 |
|-----------|------------|-------|-------|------------|
| k | 0.45 | 0.60 | 0.70 | 0.80 |

- W_1 Parâmetro geométrico para o primeiro perímetro de controlo do capitel:

$$W_1 = \frac{l_1^2}{2} + l_1 * l_2 + +4l_2d + 16d^2 + 2l_1d\pi \quad (4.85)$$

Em que:

- l_1 e l_2 são as dimensões do capitel;
- d Altura útil da laje.

Quando apresentam excentricidades nas duas direções ortogonais o fator β será obtido da seguinte forma.

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{l_y}\right)^2} \quad (4.86)$$

Em que:

- e_x e e_y são as excentricidades nas duas direções ortogonais.

4.2.2.2 Pilar interior Circular

O procedimento de cálculo de β será idêntico ao de 4.1.2.2.

$$\beta = 1 + 0,6\pi \frac{e}{4d + D + 2l_H} \quad (4.87)$$

Em que:

- D Diâmetro do pilar;
- l_H Distancia entre a face do pilar e o bordo do capitel;
- e Excentricidade

4.2.2.3 Pilar de bordo

No caso dos pilares de bordo o parâmetro β será determinado da seguinte forma:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1} \text{ e par} \quad (4.88)$$

Em que:

- u_1 Primeiro perímetro de controlo do capitel;
- u_{1*} Primeiro perímetro de controlo reduzido do capitel;
- W_1 Determinado da seguinte forma:

$$W_1 = \frac{l_2^2}{4} + l_1 l_2 + 4l_1 d + 8d^2 + \pi d l_2 \quad (4.89)$$

- k Será determinado utilizando as dimensões do capitel.

Tabela 4.4- Valores de K para áreas carregadas junto a um bordo livre

| $l_1/2l_2$ | ≤ 0.5 | 1.0 | 2.0 | ≥ 3.0 |
|------------|------------|------|------|------------|
| k | 0.45 | 0.60 | 0.70 | 0.80 |

4.2.2.4 Pilar de canto

Na ligações entre as lajes sobre capiteis e pilares de canto, em que a excentricidade é dirigida para o interior da laje, admite que o esforço de punçoamento é uniformemente distribuído ao longo do perímetro de controlo reduzido, o valor do β será igual a:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} \quad (4.90)$$

Em que:

- u_1 Primeiro perímetro de controlo determinado a uma distância $2d$ do capitel;
- u_{1*} Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido.

4.2.3 Resistência ao punçoamento

A verificação da resistência ao punçoamento para ligações sem armadura de punçoamento, serão feitas, basicamente, duas verificações.

- **Primeira verificação**

A primeira verificação deve ser feita junto à face do pilar e caso não se verifica esta condição deve aumentar espessura da laje ou do capitel.

$$v_{Ed,0} \leq v_{Rd,máx} \quad (4.91)$$

- **Segunda verificação**

Realizada a uma distância $2d_H$ do capitel em que d_H será a altura útil da laje mais a altura do capitel, isto no caso em que $l_H > 2h_H$ Caso contrário a será feita a 2, deve verificar a condição que foi feita em 4.1.3b).

Caso não verificar a condição procede a um aumento da geometria do capitel e fazer novamente a verificação da resistência ao punçoamento.

4.2.4 Exemplo:

4.2.4.1 Pilar interior retangular

Verificação ao estado limite último da resistência ao punçoamento de uma laje sobre capitel que apoio sobre um pilar interior retangular.

| | |
|--|-------------------------------|
| Materiais: | Laje: |
| Betão C25/30 | h = 0.20m |
| Aço A500 | rec = 0.025m |
| Esforços: | Capitel: |
| V_{Ed} = 271 kN | h_H = 0.08m |
| M_{Ed,x} = 76.55 kNm | lh_x = 0.30m |
| M_{Ed,y} = 16.33 kNm | lh_y = 0.30m |
| Armaduras: | Pilar: |
| Aslx = Ø12//.15 (7.54cm ² /m) | bx = 0.30m |
| Asly = Ø12//.15 (7.54cm ² /m) | by = 0.30m |

$$l_H > (d + h_H)$$

$$l_{Hx} = l_{Hy} = 0.30 > 0.255m$$

▪ Primeira verificação

Verificar junto à face do pilar

$$v_{Ed,0} \leq V_{Rd,máx}$$

$$d = h - rec = 0.20 - 0.025 = 0.175m$$

$$u_0 = 2 * (bx + by) = 2 * (0.30 + 0.30) = 1.20m$$

$$e_y = \frac{M_{Ed,x}}{V_{Ed}} = \frac{76.55}{271} = 0.28m$$

$$e_x = \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} = \frac{16.33}{271} = 0.06m$$

$$\beta_1 = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{l_y}\right)^2} = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{0.28}{0.90}\right)^2 + \left(\frac{0.06}{0.90}\right)^2} = 1.57$$

$$v_{Ed,0} = \beta * \frac{V_{Ed}}{u_0 * d} = 1.57 * \frac{271}{1.20 * (0.175 + 0.08)} = 1390.42 \text{ kN/m}^2$$

$$v = 0.6 \left(1 + \frac{25}{250} \right) = 0.66$$

$$V_{Rd,máx} = 0.5 * v * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.5 * 0.66 * \frac{25000}{1.5} = 5500 kN/m^2$$

$$v_{Ed} \leq V_{Rd,máx} ==> \text{Verifica junto à face do pilar}$$

▪ Segunda verificação

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c}$$

$$u_i = 2 * (bx + by) + 4 * \pi * (d + h_H) = 2 * (0.30 + 0.30) + 4 * \pi * (0.175 + 0.08)$$

$$u_i = 4.40 \text{ m}$$

$$u_e = 2 * (l_1 + l_2) + 4 * \pi * d = 2 * (0.90 + 0.90) + 4 * \pi * 0.175 = 5.80 \text{ m}$$

$$v_{Ed,i} = \beta_1 * \frac{V_{Ed}}{u_i * d} = 1.57 * \frac{271}{4.40 * (0.175 + 0.08)} = 379.21 kN/m^2$$

$$v_{Ed,e} = \beta_1 * \frac{V_{Ed}}{u_e * d} = 1.57 * \frac{271}{5.80 * 0.175} = 419.18 kN/m^2$$

$$v_{Rd,c} = \max \left\{ C_{Rd,c} * k * (100 \rho_l * f_{ck})^{1/3}; 0.035 * k^{3/2} * f_{ck}^{1/2} \right\}$$

$$k = \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}; 2 \right\} = \min \left\{ 1 + \sqrt{\frac{200}{175}}; 2 \right\} = 2$$

$$\rho_{lx} = \min \left\{ \frac{A_{slx}}{b * d}, 0.02 \right\} = \min \left\{ \frac{7.54 * 10^{-4}}{1 * 0.175}, 0.02 \right\} = 0.0043$$

$$\rho_{ly} = \min \left\{ \frac{A_{sly}}{b * d}, 0.02 \right\} = \min \left\{ \frac{7.54 * 10^{-4}}{1 * 0.175}, 0.02 \right\} = 0.0043$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} * \rho_{ly}} = \sqrt{0.0043 * 0.0043} = 0.0043$$

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ 0.12 * 2 * (100 * 0.0043 * 25)^{1/3}; 0.035 * 2^{3/2} * 25^{1/2} \right\} * 1000$$

$$V_{Rd,c} = \max \{ 0.52968; 0.49497 \} * 1000 = 530.00 kN/m^2$$

$$v_{Ed,i} \leq V_{Rd,c} ==> \text{Verifica}$$

$$v_{Ed,e} \leq V_{Rd,c} ==> \text{Verifica}$$

Verifica tanto no interior do capitel como fora do capitel.

4.3 Sapatas

A verificação da resistência ao punçoamento deverá satisfazer todas as condições (Cachim, 2003). Segundo o EC 2 (2010), a verificação ao punçoamento efetua-se para vários contornos críticos situados dentro do contorno crítico de referência, localizado a $2d$ da face do pilar. O regulamento não especifica a que distâncias, a , a que se devem localizar os contornos críticos interiores, pelo que será adotada distancias desde $0.1d$ a $2d$. Para um contorno crítico de referência, localizado a distância de a da face do pilar, a verificação ao punçoamento é efetuada de acordo com as regras que se seguem. As sapatas com carga no interior do perímetro de controlo contribuí para a resistência do sistema estrutural e poderá ser deduzida na determinação do valor de cálculo da tensão de punçoamento.

Resistência ao punçoamento

A resistência ao punçoamento de sapatas de pilares deverá ser verificada nos perímetros de controlo localizados a uma distância não superior a $2d$ da face do pilar.

No caso de ações concêntricas, a força útil atuante é:

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed} \quad (4.92)$$

Em que:

- V_{Ed} Punçoamento atuante;
- ΔV_{Ed} Reação vertical útil no interior do perímetro de controlo considerado, ou seja, a reação do terreno deduzido do peso próprio da sapata.

$$v_{Ed} = V_{Ed,red}/ud \quad (4.93)$$

Em que:

- a Distância da periferia do pilar ao perímetro de controlo considerado;
- $C_{Rd,c} = 0.12$
- k Determinado em 4.1.3b)

No caso de ações excêntricas:

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed,red}}{ud} \left[1 + k \frac{M_{Ed}}{v_{Ed,red} W} u \right] \quad (4.94)$$

A Tabela 4.5 faz um resumo das expressões a ser utilizados na verificação ao estado limite último da resistência ao punçoamento.

Tabela 4.5 - Parâmetros para verificação do punçoamento (Cachim 2003)

| Tipo de sapata | Pilares retangulares (secção $b_x * b_y$) | | | | | Pilares circulares (Diâmetro D) |
|-------------------------------------|---|------|-----|-----|-----|---|
| Perímetro crítico (u) | $u = 2(b_x + b_y) + 2\pi a$ | | | | | $u = (D + 2a)\pi$ |
| Área Critico (A) | $A = (b_x + 2a)(b_y + 2a) - (4 - \pi)a^2$ | | | | | $A = \left(\frac{D}{2} + a\right)^2 \pi$ |
| Parâmetro geométrico (W) | $W_x = \frac{b_x^2}{2} + b_x b_y + 2b_y a + b_x a \pi + 4a^2$ $W_y = \frac{b_y^2}{2} + b_x b_y + 2b_x a + b_y a \pi + 4a^2$ | | | | | $W = (2a + D)^2$ |
| Coeficiente de redução (k_s) | b_x/b_y | 0.5 | 1.0 | 2.0 | 3.0 | $k_s = 0.6$ |
| | b_y/b_x | | | | | |
| | k_{sx} | 0.45 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| | k_{sy} | 0.45 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| Fator de majoração (β) | $\beta = 1 + \left(\frac{k_{sx} e_x}{W_x} + \frac{k_{sy} e_y}{W_y} \right) u$ | | | | | $\beta = 1 + \left(\frac{k_s e}{W} \right) u$ $e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$ |

4.4 Ensoleiramento geral

O ensoleiramento geral é uma solução de fundação superficial que se aplica a solo com características mecânicas elevadas a grande profundidade e fraca à superfície, mas suscetível de receber cargas. A superestrutura é extremamente sensível a assentamentos diferenciais, os carregamentos muito elevados na totalidade ou em parte significativa da

fundação. Se eventualmente tiverem optado por uma solução de sapatas isoladas e verificarmos que estas ocupam cerca de 50% da área total projetada, opta-se por um ensoleiramento geral da fundação.

O ensoleiramento geral pode ter uma altura não constante, como é o caso dos ensoleiramentos de capitéis invertidos ou de maior espessura na zona dos pilares, com o objetivo de economizar o betão na fundação e aumentar a resistência ao punçoamento.

A verificação ao punçoamento do ensoleiramento geral será feita em sucessivos perímetros de controlo desde a face do pilar até uma distância $2d$. No caso de ensoleiramento geral com capitel a verificação será feita em sucessivos perímetro de controlo desde da face ao pilar até à face do capitel e uma outra verificação da face do capitel até uma distância $2d$ a partir do capitel.

Resistência ao punçoamento

A primeira verificação será como foi feito à semelhança de 4.3:

Tabela 4.6 - Quadro resumo da 1ª verificação ao punçoamento do ensoleiramento geral

| Tipo de sapata | Pilares retangulares (secção $b_x * b_y$) | | | | | Pilares circulares (Diâmetro D) |
|-------------------------------------|--|------|-----|-----|-----|---|
| Perímetro crítico (u) | $u = 2(b_x + b_y) + 2\pi a$ | | | | | $u = (D + 2a)\pi$ |
| Área Critico (A) | $A = (b_x + 2a)(b_y + 2a) - (4 - \pi)a^2$ | | | | | $A = (D + 2a)^2\pi$ |
| Parâmetro geométrico (W) | $W_x = \frac{b_x^2}{2} + b_x b_y + 2b_y a + b_x a \pi + 4a^2$ $W_y = \frac{b_y^2}{2} + b_x b_y + 2b_x a + b_y a \pi + 4a^2$ | | | | | $W = (2a + D)^2$ |
| Coeficiente de redução (k_s) | b_x/b_y | 0.5 | 1.0 | 2.0 | 3.0 | $k_s = 0.6$ |
| | b_y/b_x | | | | | |
| | k_{sx} | 0.45 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| | k_{sy} | 0.45 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| Fator de majoração (β) | $\beta = 1 + \left(\frac{k_{sx} e_x}{W_x} + \frac{k_{sy} e_y}{W_y} \right) u$ | | | | | $\beta = 1 + \left(\frac{k_s e}{W} \right) u$ $e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$ |

No caso de ensoleiramento geral com capitel, para além da verificação anterior também faz-se a verificação desde da face do capitel até uma distância $2d$.

Tabela 4.7 - Quadro resumo da 2ª verificação ao punçoamento do ensoleiramento geral

| Tipo de sapata | Pilares retangulares (secção $b_x * b_y$) | | | | | Pilares circulares (Diâmetro D) |
|-------------------------------------|--|------|-----|-----|-----|---|
| Perímetro crítico (u) | $u = 2(B_x + B_y) + 2\pi\rho$ | | | | | $u = (D + 2v + 2\rho)\pi$ |
| Área Critico (A) | $A = (B_x + 2\rho)(B_y + 2\rho) - (4 - \pi)\rho^2$ | | | | | $A = \left(\frac{D}{2} + v + \rho\right)^2 \pi$ |
| Parâmetro geométrico (W) | $W_x = \frac{B_x^2}{2} + B_x B_y + 2B_y\rho + B_x\rho\pi + 4\rho^2$ $W_y = \frac{B_y^2}{2} + B_x B_y + 2B_x\rho + B_y\rho\pi + 4\rho^2$ | | | | | $W = (2\rho + (D + 2v))^2$ |
| Coeficiente de redução (k_s) | $\frac{B_x}{B_y}$ | 0.5 | 1.0 | 2.0 | 3.0 | $k_s = 0.6$ |
| | $\frac{B_y}{B_x}$ | | | | | |
| | k_{sx} | 0.45 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| | k_{sy} | 0.45 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| Fator de majoração (β) | $\beta = 1 + \left(\frac{k_{sx}e_x}{W_x} + \frac{k_{sy}e_y}{W_y}\right)u$ | | | | | $\beta = 1 + \left(\frac{k_s e}{W}\right)u$ $e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$ |

Em que:

- B_x Dimensão do capitel segundo o eixo x;
- B_y Dimensão do capitel segundo o eixo y;
- v Distância entre a face do pilar até o bordo do capitel;
- ρ Distância a partir da qual é feita a sucessivas verificações

5 PROGRAMA DE CALCULO

O *XD-Punching* (*Xpress Design of Punching in concrete*) é um programa de verificação do estado limite da resistência punçoamento. O programa fará verificação de laje sobre capitel ou não e que apoia nos pilares interiores retangulares, pilares interiores circulares, pilares de bordo e pilares de canto. Quando não verifica a resistência ao punçoamento das lajes sem capitel, há possibilidade do dimensionamento das armaduras de punçoamento e o perímetro a partir da qual deixa de ser necessário as armaduras de punçoamento. A armadura de punçoamento divide em varões inclinados e em varões verticais, pode adotar um único perímetro de varões inclinados ou vários perímetros de varões, esses por sua vez podem ser inclinados ou verticais, para isso basta introduzir o ângulo (α) que os varões faz com o plano da laje (Laje sem Capitel).

Para as lajes sobre capitéis serão feitas duas verificações isto porque o objetivo de utilizar o capitel é de resolver o problema de punçoamento sem passar pela colocação das armaduras. Estas verificações serão feitas junto à face do pilar, no interior do capitel isto dependendo da geometria do capitel e por último exterior ao capitel.

Ainda permite a verificação ao punçoamento inverso, isto acontece nas sapatas (isoladas) e ensoleiramento geral, pode ter ou não capitel. Para a verificação ao punçoamento inverso deve ter em conta a pressão que o terreno exerce sobre a fundação que contribui para diminuir a força de punçoamento atuante.

5.1 Linguagem de programação

A linguagem de programação escolhida foi *C#* [18] [19] e o programa foi desenvolvido na *Microsoft Visual C# Express*, utilizando para isso a ferramenta *Windows Forms Application*.

A empresa baseou *C#* nas linguagens *C++* e *Java*, e ela é considerada a linguagem símbolo do *NET*, por ter sido criada praticamente do zero para funcionar na nova plataforma, sem preocupações de compatibilidade com código existente. O compilador *C#* foi o primeiro a ser desenvolvido, e a maior parte das classes da plataforma foram desenvolvidas nesta linguagem.

O programa tem uma interface gráfica simples que permita o utilizador interagir facilmente com o programa.

5.2 A apresentação do programa

A Figura: 5.1 representa o fluxograma de como o utilizador deve proceder para fazer a verificação da resistência ao punçoamento utilizando o *XD-Punching*. O processo de verificação estará dividido em três etapas:

A primeira etapa corresponde a escolha dos dados iniciais em função do elemento a verificar. A segunda etapa será a verificação, para isso será necessário a introdução dos esforços atuantes, a geometria dos pilares, lajes e as áreas das armaduras longitudinal. E por fim a terceira que será o dimensionamento das armaduras de punçoamento para as lajes sem capitel.

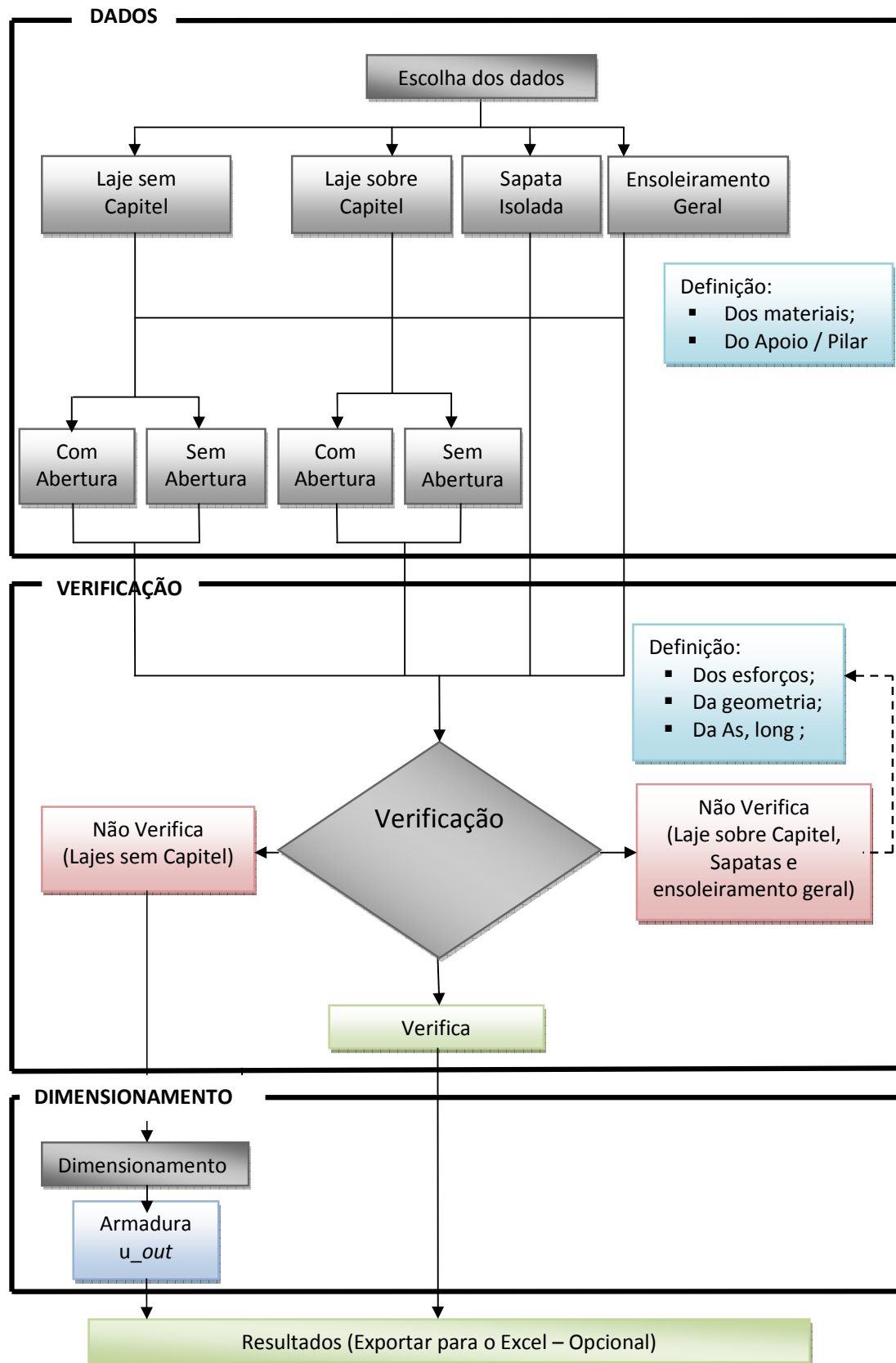


Figura: 5.1 – O Fluxograma do programa XD-Punching

5.2.1 Iniciar o programa

Ao iniciar o *XD-Punching* aparece a janela de apresentação representada na Figura: 5.2.



Figura: 5.2 - Janela de apresentação

5.2.2 Escolha de dados

A próxima janela a aparecer no ecrã é a janela de dados representada na Figura: 5.5, na qual deve o utilizador deve fazer as suas escolhas tendo em conta o elemento a verificar.

- Elemento a verificar/dimensionar:
 - Laje sem capitel;
 - Laje sobre capitel;
 - Sapata;
 - Ensoleiramento geral.

- Escolha dos materiais a utilizar:
 - Betão (C20/25, C25/30, C30/37, C35/45, C40/50, C45/55, C50/60);
 - Aço (A235, A400, A500).

Para além desses materiais há possibilidade do utilizador introduzir novos materiais, para isso ativa a opção “Outro” e aparece dois campos que deve ser preenchido um com o nome do material e o valor característico da tensão de rotura do betão para o caso de ser betão e o valor da tensão de cedência do aço, caso seja o aço. Por fim aciona o botão “Adicionar”, e o material é adicionado à lista.

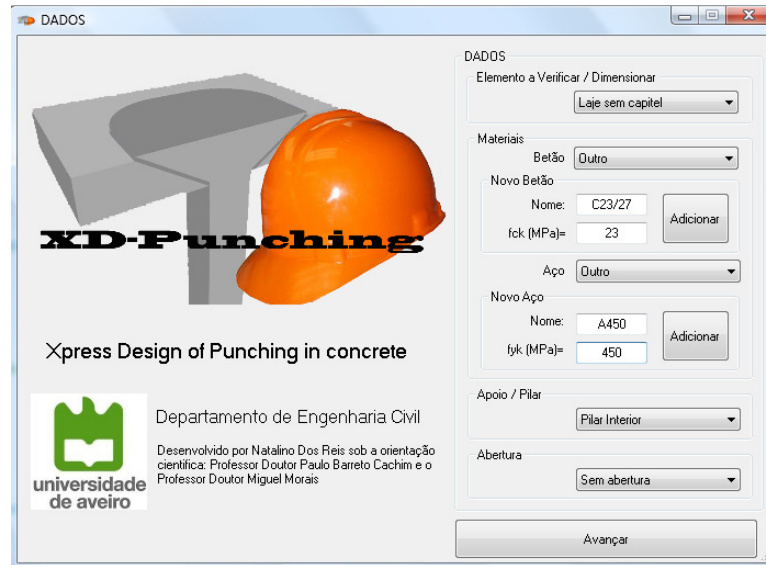


Figura: 5.3 - Janela de escolha dos dados - Outros materiais

Volta à lista dos materiais e seleciona o material que foi introduzido.

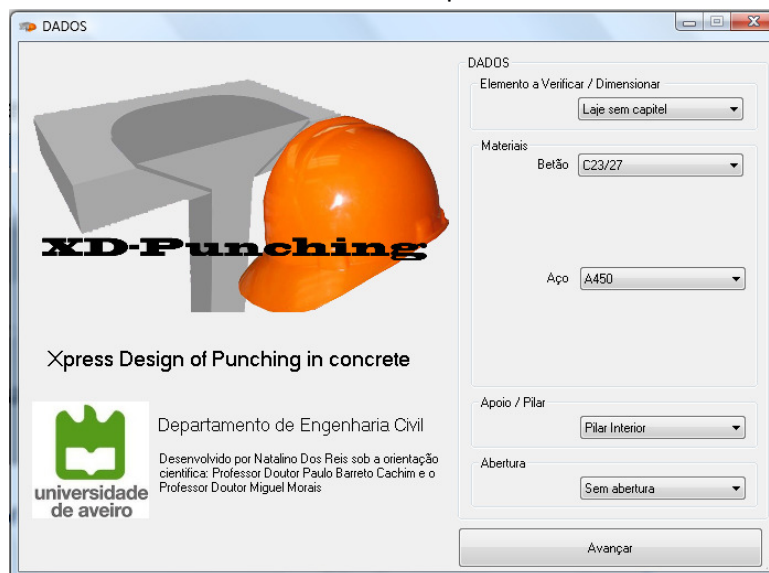


Figura: 5.4 - Exemplo de introdução de novos materiais

- Escolher o tipo de apoio:
 - Pilar interior circular;
 - Pilar interior retangular;
 - Pilar de bordo;
 - Pilar de canto.

- Confirmar se há ou não abertura junto ao apoio, a distância entre a face do pilar e a abertura tem que ser inferior a $6d$.

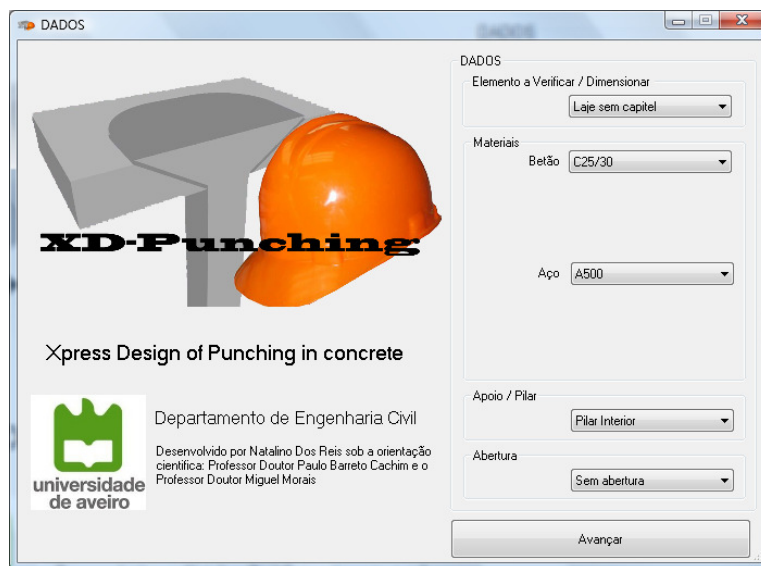


Figura: 5.5 - Janela de escolha dos dados

Depois de ter feito a escolha pretendida aciona o botão “Avançar” e abre a janela de verificação apresentada na Figura: 5.14.

5.2.3 Janelas de cálculo

O *XD-Punching* possui vinte janelas diferente para o cálculo da resistência ao punçoamento, são elas:

- 1- Laje sem capitel que apoia sobre:
 - a. O pilar interior retangular;
 - b. O pilar interior circular;
 - c. O pilar de bordo;
 - d. O pilar de canto.

PilarInterior

Ficheiro Ajuda

DADOS

Esforços

VEd (kN) =

MEdx (kNm) =

MEdy (kNm) =

Armaduras

Aslx (cm²/m) =

Asly (cm²/m) =

Geometria

Pilar

bx (m) =

by (m) =

Laje

h (m) =

rec (m) =

Material

fck (MPa) =

fyk (MPa) =

VERIFICAÇÃO

W1 = β =

1ª Verificação

u0 (m) =

ved0 (kN/m²) =

vrdmax (kN/m²) =

2ª Verificação

u1 (m) =

VEd (kN/m²) =

Vrdc (kN/m²) =

Anterior Verificar Exportar para o Excel

Figura: 5.6 - Janela de verificação ao punçoamento na ligação laje - pilar interior retangular

2- Laje sem capitel com abertura junto ao:

- Pilar interior retangular;
- Pilar interior circular;
- Pilar de bordo;
- Pilar de canto.

Laje sem capitel_com_abertura_junto_ao_pilar_interior

Ficheiro Ajuda

DADOS

Esforços
 VEd (kN)=
 MEdx (kNm)=
 MEdy (kNm)=

Laje
 h (m)=
 rec (m)=

Abertura
 xA (m)=
 yA (m)=
 a (m)=

Pilar
 bx (m)=
 by (m)=

Armadura
 Aslx (cm²/m)=
 Asly (cm²/m)=

Materials
 fck (MPa) = 20 fyk (MPa) = 235

VERIFICAÇÃO

1ª Verificação
 w1 =
 u0 (m)=
 Ved0 (kN/m²)=
 vrdmax (kN/m²)=

2ª Verificação
 beta =
 u1 (m)=
 ved (kN/m)=
 vrdc (kN/m²)=

Anterior Verificar Exportar para o Excel

Figura: 5.7 - Janela de verificação ao punçoamento de uma ligação laje com abertura junto ao pilar interior retangular

As janelas representadas na Figura: 5.6 e Figura: 5.7, ainda possibilita o dimensionamento das armaduras de reforço caso não verificar a resistência ao punçoamento.

3- Laje sobre capitel que apoia sobre:

- O pilar interior retangular;
- O pilar interior circular;
- O pilar de bordo;
- O pilar de canto.

Laje_sobre_capitel_PB

Ficheiro Ajuda

DADOS

Esforços

V_{Ed} (kN) =

M_{Edx} (kNm) =

M_{Edy} (kNm) =

Pilar

b_x (m) =

b_y (m) =

Capitel

h_H (m) =

B_x (m) =

B_y (m) =

Armadura

A_{sx} (cm²/m) =

A_{sy} (cm²/m) =

Materiais

f_{ck} (MPa) =

f_{yk} (MPa) =

Laje

h (m) =

rec (m) =

b_{x1} (m) =

Diagrama: M_{Edy} , M_{Edx} , B_y , b_y , b_x , b_{x1} , B_x

VERIFICAÇÃO

1ª Verificação

u_0 (m) =

β =

ved_0 (kN/m²) =

vr_{dmax} (kN/m²) =

2ª Verificação

u_i (m) =

u_e (m) =

$ved_{i,e}$ (kN/m²) =

vr_{dc} (kN/m²) =

Anterior Verificar Exportar para o Excel

Figura: 5.8 - Janela de verificação ao punçoamento na ligação laje sobre capitel e pilar de bordo

4- Laje sobre capitel com abertura junto ao:

- Pilar interior retangular;
- Pilar interior circular;
- Pilar de bordo;
- Pilar de canto.

DADOS

Esforços

VEd (kN) =

MEdx (kNm) =

MEdy (kNm) =

Capitel

hH (m) =

ltx (m) =

lty (m) =

Abertura

xA (m) =

yA (m) =

a (m) =

bx (m) =

by (m) =

rec (m) =

ly (m) =

Pilar

bx (m) =

by (m) =

Laje

h (m) =

rec (m) =

Armadura

Aslx (cm²/m) =

Asly (cm²/m) =

Materiais

fck (MPa) =

fyk (MPa) =

VERIFICAÇÃO

1ª Verificação

u0 (m) =

β =

ved0 (kN/m²) =

vrldmax (kN/m²) =

2ª Verificação

ui (m) =

ue (m) =

ved,j (kN/m²) =

ved,e (kN/m²) =

vrldc (kN/m²) =

Anterior **Verificar** **Exportar para o Excel**

Figura: 5.9 - Janela de verificação ao punçoamento na ligação laje sobre capitel com abertura - pilar interior retangular.

5- Verificação do punçoamento invertido nas sapata isolada do:

- Pilar interior retangular;
- Pilar interior circular.

Figura: 5.10 - Janela de verificação ao punçoamento da sapata isolada do pilar interior retangular

A verificação do Estado Limite Último da resistência ao punçoamento será feita em sucessivos perímetros de controlo desde a face do pilar até ao bordo mais próximo da sapata.

- 6- Verificação da resistência ao punçoamento no ensoleiramento geral de altura constante ou de maior espessura na zona dos pilares (capitéis invertido):
 - a. Pilar interior retangular;
 - b. Pilar interior circular.

DADOS

Esforços
VEd (kN) =
MEdx (kNm) =
MEdy (kNm) =
Amadura Asl (cm²/m) =

Pilar
bx (m) =
by (m) =
fck (MPa) =
fyk (MPa) =

Ensoleiramento
h1 (m) =
rec (m) =
Tensão à baixo de ensoleiramento σ_{solo} (kN/m²) =

Capitel
v1 (m) =
v2 (m) =
v3 (m) =
v4 (m) =
h (m) =

☐ Sem Capitel ☒ Com Capitel

VERIFICAÇÃO

1ª Verificação

| | a (m) | a/d | u (m) | Ac (m ²) | Δved (kN) | Ved,red (kN) | wx | wy | β | ved (kN/m ²) | vrdc (kN/m ²) | ved/vrdc | Verificação |
|---|-------|-----|-------|----------------------|-------------------|--------------|----|----|---------|--------------------------|---------------------------|----------|-------------|
| * | | | | | | | | | | | | | |

2ª Verificação

| | a (m) | a/d | u (m) | Ac (m ²) | Δved (kN) | Ved,red (kN) | wx | wy | β | ved (kN/m ²) | vrdc (kN/m ²) | ved/vrdc | Verificação |
|---|-------|-----|-------|----------------------|-------------------|--------------|----|----|---------|--------------------------|---------------------------|----------|-------------|
| * | | | | | | | | | | | | | |

Anterior Verificar Exportar para o Excel

Figura: 5.11 - Janela de verificação ao punçoamento do ensoleiramento geral com capitel sob um pilar interior retangular

No caso de ensoleiramento geral com altura constante ou seja “Sem Capitel” será feita apenas uma verificação que consiste em sucessivas verificações desde $0.1d$ até $2d$ da face do pilar.

Quando o ensoleiramento geral tem uma espessura maior na zona dos pilares, deve acionar a opção “Com Capitel” e introduzir as dimensões do capitel e acionar o botão “verificar” e serão feitas as verificações, uma dentro do capitel e a outra fora do capitel como foi descrito no capítulo anterior (4.4).

5.2.4 Barra de menus

A barra de menus encontra na parte superior da janela e contem dois elementos principais: “Ficheiro” e “Ajuda”.

5.2.4.1 Ficheiro

O menu ficheiro contém cinco comandos (Figura: 5.12) “Novo” que permite abrir um novo documento, “Abrir” permite abrir um ficheiro que já tinha guardado anteriormente, “Guardar” utiliza – se quando pretende guardar um ficheiro já existente, “Guardar como ” quando pretende se guardar um ficheiro numa nova localização e se pretende abandonar o programa usa o comando “Sair”.

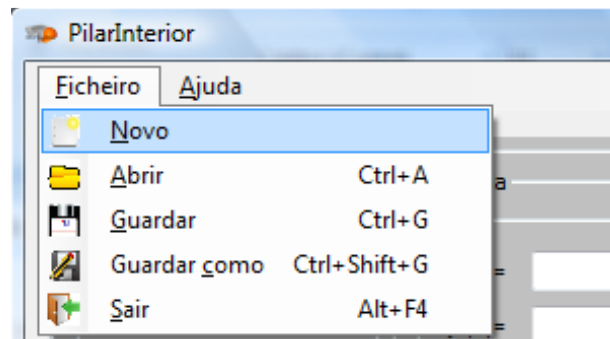


Figura: 5.12 - Menu Ficheiro

5.2.4.2 Ajuda

O *XD – Punching* dispõem de ferramentas de ajuda (Figura: 5.13), através do qual o utilizador pode obter a informação necessária sobre o funcionamento.

Surge para disponibilizar o utilizador, informações necessárias para o correto funcionamento do programa. Neste menu estará disponível “Memória de cálculo” que demonstra o procedimento de cálculo desenvolvido no programa e as considerações a ter em conta na introdução dos dados, “Manual do utilizador” que explica o funcionamento do programa bem os passos a dar durante a utilização do programa e por fim “Sobre” que apresenta uma pequena informação sobre o programa.

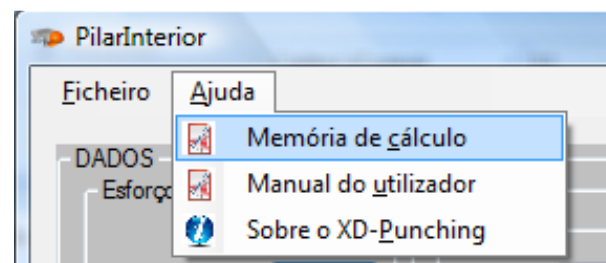


Figura: 5.13 - Menu Ajuda

O programa permite aceder a estes menus e os comandos utilizado conjugação de teclas como se segue:

- Ficheiro – Alt + F;
 - Novo –Alt + N;
 - Abrir – Alt + A e Ctrl + A;
 - Guardar – Alt + G e Ctrl + G;
 - Guardar como – Alt + C e Ctrl + Shift + G;
 - Sair – Alt +S e Alt + F4;
- Ajuda – Alt + A;
 - Memória de cálculo – Alt +C;
 - Manual do utilizador – Alt + U;
 - Sobre o *XD-Punching* – Alt + P;

5.2.5 Iniciar a verificação

Para iniciar a verificação da resistência ao punçoamento o utilizador precisa de fazer as escolhas mencionadas em 5.2.2. E preencher os seguintes campos:

- Esforços (esforço axial, momentos nas duas direções ortogonais);
- Geometria – informações sobre as dimensões do pilar, altura laje, o recobrimento mecânico, as dimensões do capitel e da abertura, no caso das sapatas devem introduzir as distâncias entre a faze do pilar e o bordo da sapata;
- Armaduras – As áreas das armaduras longitudinais nas duas direções ortogonais, para o efeito do cálculo das da percentagem de armadura.

Figura: 5.14 - Janela de introdução de dados

Depois de introduzir corretamente os dados aciona o botão “Verificar”. Nas ligações das lajes sem capitel serão feitas duas verificações, uma à face do pilar e outra no primeiro perímetro de controle. Nas ligações das lajes sobre capitel, as verificações serão feitas junto à face do pilar, no primeiro perímetro de controle do capitel e ainda no interior do capitel dependendo da geometria do capitel. Nas sapatas as verificações serão feitas desde da face do pilar até ao bordo da sapata. Nos ensoleiramentos gerais à semelhança das sapatas as verificações serão feitas desde da face do pilar até uma distância $2d$, caso tenha capitel a primeira verificação será feita desde da face do pilar até a face do capitel e a segunda, da face do capitel até uma distância $2d$, do ensoleiramento.

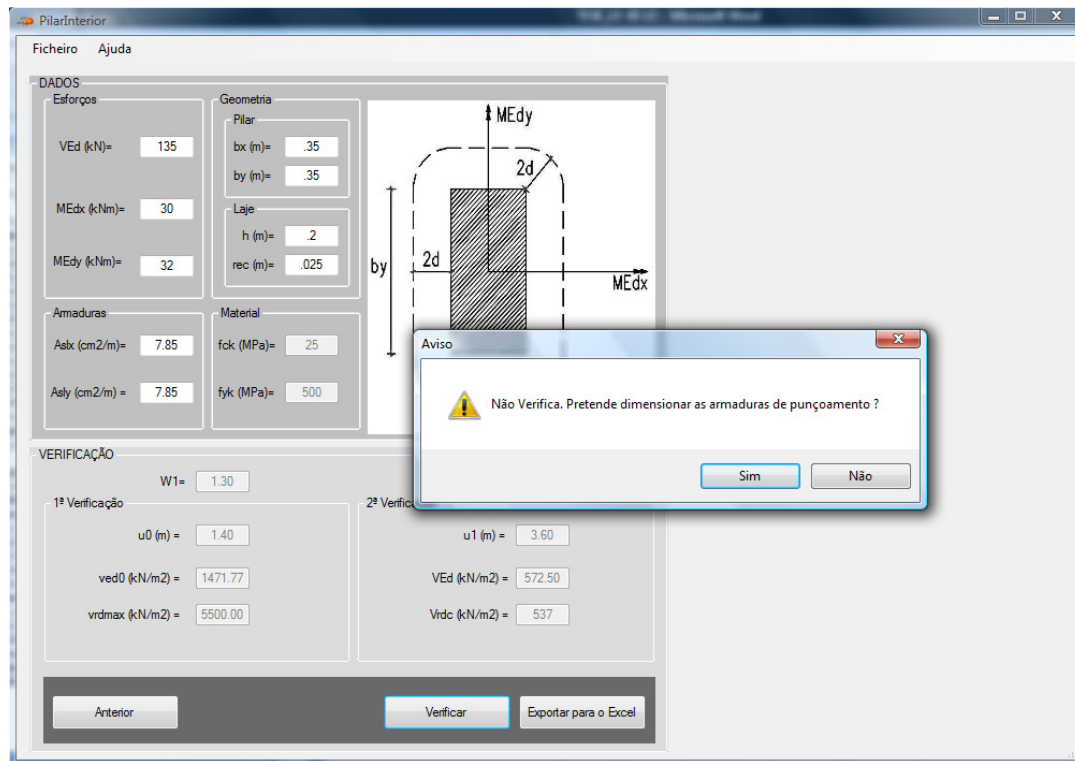


Figura: 5.15 - Janela de introdução de verificação

O *XD-Punching* permite o dimensionamento das armaduras de punçoamento nas ligações das lajes sem capitel. Caso não verificar a resistência ao punçoamento e se pretende dimensionar as armaduras aciona o botão “sim”.

5.2.7 Dimensionamento

Para o dimensionamento será necessário introduzir o ângulo (α) que a armadura de punçoamento faz com o plano da laje, e se pretende um único perímetro de varões inclinado ou mais do que um perímetro de varões. Aciona o botão “Dimensionar” para fazer o referido dimensionamento.

PilarInterior

Ficheiro Ajuda

DADOS

Esforços

VEd (kN)= 135

MEdx (kNm)= 30

MEy (kNm)= 32

Geometria

Pilar

bx (m)= .35

by (m)= .35

Laje

h (m)= .2

rec (m)= .025

Material

fck (MPa)= 25

fyk (MPa)= 500

Armaduras

Aslx (cm²/m)= 7.85

Asly (cm²/m)= 7.85

VERIFICAÇÃO

W1= 1.30

β = 2.67

1ª Verificação

u0 (m)= 1.40

ved0 (kN/m²)= 1471.77

vrdmax (kN/m²)= 5500.00

2ª Verificação

u1 (m)= 3.60

VEd (kN/m²)= 572.50

Vrdc (kN/m²)= 537

DIMENSIONAMENTO

Dados

α (°)= 90

☐ Um único perímetro de varões inclinados

☒ Mais de um perímetro de varões

A - Perímetro de controlo exterior que necessita de armadura

B - Primeiro perímetro de controlo que não necessita de armadura

RESULTADOS

Asp/sr (cm²/perímetro)= 54.32

Asp (cm²)=

u out, eff (m)= 16.27

kd (m)= 0.26

e (m)= 0.13

e1 (m)= 0.05

Anterior Verificar Exportar para o Excel Dimensionar Fechar

Figura: 5.16 – Dimensionamento das armaduras de punçoamento

Para além de dimensionar as áreas das armaduras de punçoamento também determina a distância entre a face do pilar e o primeiro perímetro de armadura, a distância entre os perímetros de armadura, bem como a distância entre o perímetro de exterior que necessita de armadura e o primeiro perímetro de controlo que não necessita de armadura de punçoamento.

5.2.8 Saída dos resultados

A interação com o *Microsoft Excel* permite a exportação dos resultados. No relatório dos resultados serão apresentados tanto os dados de entrada como os resultados da verificação e do dimensionamento se for o caso.

Nome Laje sem capitel que apoia no pilar interior retangular

DADOS

| Esforços | | Geometria | | Laje | |
|-----------------|-----|--------------|------|---------|-------|
| Ved(kN)= | 135 | Pilar | | | |
| Medx(kN.m)= | 30 | bx(m)= | 0.35 | h(m)= | 0.2 |
| Medy(kN.m)= | 32 | by(m)= | 0.35 | rec(m)= | 0.025 |
| Materiais | | Armaduras | | | |
| Betão fck(MPa)= | 25 | Aslx(cm2/m)= | 7.85 | | |
| Aço fyk(MPa)= | 500 | Asly(cm2/m)= | 7.85 | | |

VERIFICAÇÃO

| 1ª Verificação | | 2ª Verificação | |
|-----------------|---------|----------------|-------|
| u0(m)= | 1.4 | u1(m)= | 3.6 |
| ved0(kN/m2)= | 1471.77 | ved(kN/m2)= | 572.5 |
| vrldmax(kN/m2)= | 5500 | Vrdc(kN/m2)= | 537 |

DIMENSIONAMENTO

| | | | |
|---------------|-------|----------|------|
| α (°)= | 90 | | |
| As/sr(cm2/m)= | 54.32 | As(cm2)= | |
| u out,ef(m)= | 16.27 | kd(m)= | 0.26 |
| e(m)= | 0.13 | e1(m)= | 0.05 |

5.2.9 Considerações gerais sobre o programa

O programa fará a verificação apenas nos elementos apresentado em 5.2.3.

Os esforços a introduzir devem estar afetado com os coeficientes parciais da combinação de ações dos Estados Limites Últimos.

Os dados a introduzir devem ser em módulo, caso contrário o programa não fará a verificação e envia um erro de que não é permitido valores negativos (Figura: 5.17)

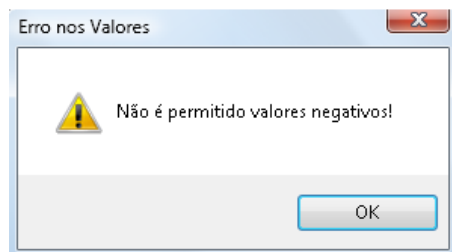


Figura: 5.17 - Erro de introdução de valores negativos

Quando existe aberturas junto ao apoio o utilizador deve introduzir os dados como ilustra a figura ao lado na janela de verificação (ver Figura: 5.19), ou seja a abertura tem que estar no primeiro quadrante. O ângulo feito pela reta que une o centro do pilar e o centro da abertura com a horizontal deverá estar inscrito entre 0 a 90°.

No caso de ensoleiramento geral é necessário introduzir a tensão na base do ensoleiramento, isto porque não se sabe qual é a área ativa abaixo do pilar.

No programa o cálculo da altura útil (d) não será calculada como em 4.1.1, mas sim o utilizador deverá introduzir os valores de altura da laje ou da sapata (h) e o recobrimento mecânico (rec), isto porque pode existir diferentes tipos de armadura longitudinal na mesma laje ou sapata daí essa opção de ser introduzido pelo utilizador. A altura útil (d) será a diferença entre a altura da laje ou sapata e o recobrimento mecânico.

O programa só consegue guardar e abrir ficheiros com extensão do programa (*.pchg).

5.3 Exemplo

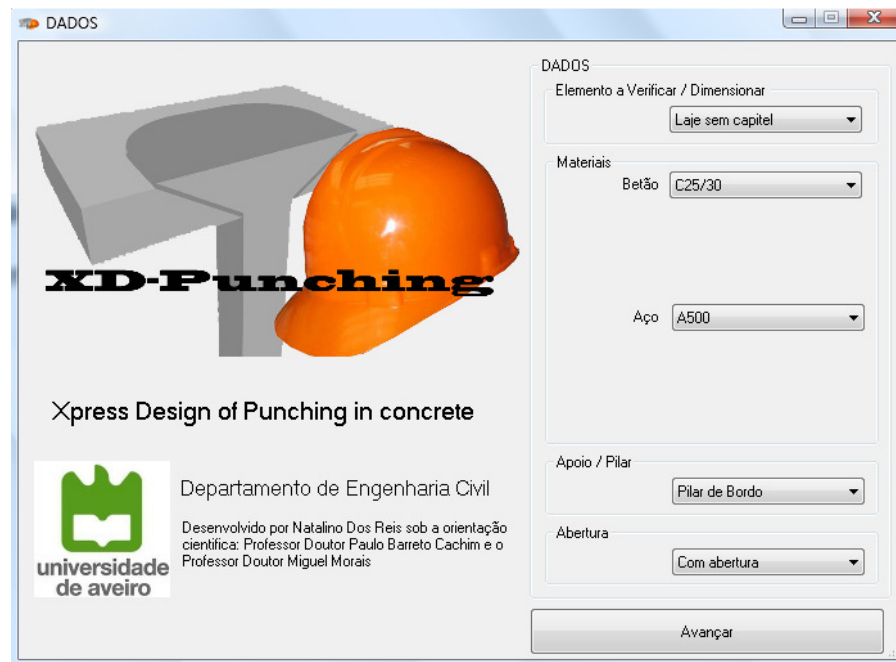
A seguir será demonstrado como utilizar o programa, usando os exercícios feito no capítulo anterior.

5.3.1 Pilar de bordo com abertura

Verifica a resistência ao punçoamento da laje (calculada em 4.1.5.2) que apoia diretamente no pilar de bordo com abertura junto a este.

Procedimento de cálculo:

➤ Escolha de dados



DADOS

XD-Punching

Xpress Design of Punching in concrete

Departamento de Engenharia Civil

Desenvolvido por Natalino Dos Reis sob a orientação científica: Professor Doutor Paulo Barreto Cachim e o Professor Doutor Miguel Morais

universidade de aveiro

DADOS

Elemento a Verificar / Dimensionar

Laje sem capitel

Materiais

Betão C25/30

Aço A500

Apoio / Pilar

Pilar de Bordo

Abertura

Com abertura

Avançar

Figura: 5.18 – Escolha de dados

Depois de ter escolhido corretamente os dados para a referida verificação (Figura: 5.18), aciona o botão “Avançar” para prosseguir à verificação.

➤ Introdução de dados

Abrirá uma janela como apresentada na Figura: 5.19 onde deve introduzir os esforços, as dimensões do pilar, da laje, da abertura e a área das armaduras longitudinais da laje.

Laje_sem_capitel_com_abertura_junto_ao_pilar_de_bordo

Ficheiro Ajuda

DADOS

Esforços

VEd (kN) = 150

MEdx (kN/m) = 75

MEdy (kN/m) = 15

Laje

h (m) = .2

rec (m) = .025

Abertura

xA (m) = 1.25

yA (m) = .9

a (m) = 1

lx (m) = .2

ly (m) = .4

Armadura

Ask (cm²/m) = 7.54

Asly (cm²/m) = 7.54

Materiais

fck (MPa) = 25

fyk (MPa) = 500

VERIFICAÇÃO

1ª Verificação

w1 =

u0 (m) =

ved0 (kN/m²) =

vrmax (kN/m²) =

2ª Verificação

β =

u1 (m) =

ved (kN/m²) =

vrdc (kN/m) =

Anterior Verificar Exportar para o Excel

Figura: 5.19 - Introdução de dados

Depois de ter introduzido os dados avança para a verificação, para isto clica em “Verifica”.

➤ Verificação

Como já foi referido no capítulo anterior serão feitas duas verificações.

A primeira, verificação da resistência máxima de punçoamento feita à face do pilar, nesse perímetro a tensão atuante não deverá exceder o valor máximo da tensão de punçoamento.

A segunda, verificação das tensões no primeiro perímetro crítico, destina a verificar a possibilidade de se dispensar a armadura de punçoamento na ligação. Como não verifica o programa envia uma mensagem, “Não Verifica. Pretende dimensionar as armaduras de punçoamento?”, (Figura: 5.20).

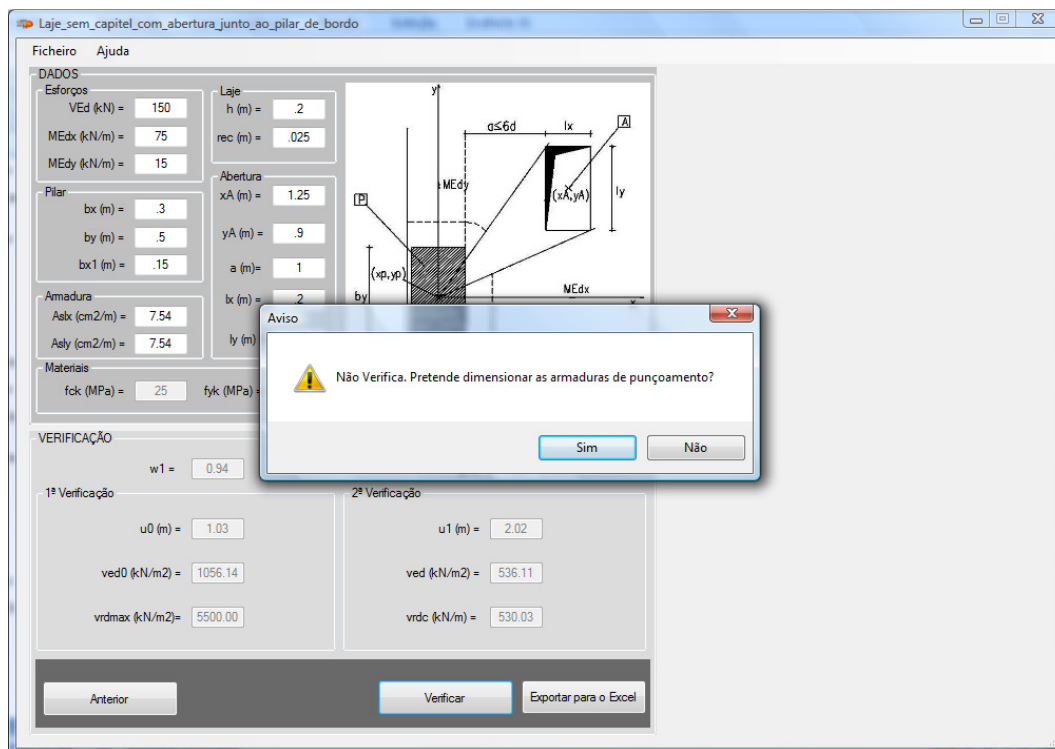


Figura: 5.20 – Janela de verificação

Neste caso não se verifica a resistência ao punçoamento avança para o dimensionamento das armaduras, para isso aciona o botão “Sim”.

➤ Dimensionamento

Para o dimensionamento é necessário introduzir o ângulo que a armadura faz com o plano da laje, o número de perímetro de varões por fim clica em “Dimensionar”. Para além da área das armaduras, a distância entre a face do apoio e o primeiro perímetro de varões (e_1), a distância entre os varões (e), distancia entre o perímetro de controlo exterior que necessita de armadura e o primeiro perímetro de controlo que não necessita de armadura de punçoamento (u_{out}) e o perímetro de controlo que não necessita de armadura de punçoamento.

Figura: 5.21 - Dimensionamento das armaduras de punçoamento

Exportação dos resultados para o MS Excel, acionar o botão “Exportar para o Excel”.

| DADOS | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---------|---------------------------|------|----------------------------|--------|--|--|--|--|
| Estorços | | Geometria | | Laje | | | | | |
| VEd (kN) | 150 | Pilar | | h (m) | 0.2 | | | | |
| MEdx (kN/m) | 75 | bx (m) | 0.3 | rec (m) | 0.025 | | | | |
| MEdy (kN/m) | 15 | by (m) | 0.5 | | | | | | |
| Materiais | | Armaduras | | Abertura | | | | | |
| Betão fck (MPa) | 25 | Aslx (cm ² /m) | 7.54 | xA (m) | 1.25 | | | | |
| Aço fyk (MPa) | 500 | Asly (cm ² /m) | 7.54 | yA (m) | 0.9 | | | | |
| | | | | a (m) | 1 | | | | |
| | | | | bx (m) | 0.2 | | | | |
| | | | | ly (m) | 0.4 | | | | |
| VERIFICAÇÃO | | | | | | | | | |
| 1ª Verificação | | | | 2ª Verificação | | | | | |
| u0 (m) | 1.03 | | | u1 (m) | 2.02 | | | | |
| ved0 (kN/m ²) | 1056.14 | | | ved (kN/m ²) | 536.11 | | | | |
| vrldmax (kN/m ²) | 5500.00 | | | vrldc (kN/m ²) | 530.03 | | | | |
| DIMENSIONAMENTO | | | | | | | | | |
| α (°) | | 90 | | | | | | | |
| Asp/sr (cm ² /perímetro) | 67.42 | As (cm ²) | | | | | | | |
| u out, eff (m) | 7.30 | kd (m) | | 0.26 | | | | | |
| e (m) | 0.13 | e1 (m) | | 0.05 | | | | | |

Figura: 5.22 - Exemplo de folha de cálculo de exportação dos dados

A seguir apresenta o relatório da verificação.

| | | | | | |
|-----------------|---------|---|------|----------------|--------|
| Nome | | Laje sem capitel com abertura junto ao pilar de bordo | | | |
| DADOS | | | | | |
| Esforços | | Geometria | | | |
| Ved(kN)= | 150 | Pilar | | Laje | |
| Medx(kN.m)= | 75 | bx(m)= | 0.3 | h(m)= | 0.2 |
| Medy(kN.m)= | 15 | by(m)= | 0.5 | rec(m)= | 0.025 |
| Materiais | | Armaduras | | Abertura | |
| Betão fck(MPa)= | 25 | Aslx(cm2/m)= | 7.54 | xA(m)= | 1.25 |
| Aço fyk(MPa)= | 500 | Asly(cm2/m)= | 7.54 | yA(m)= | 0.9 |
| | | | | a(m)= | 1 |
| | | | | lx(m)= | 0.2 |
| | | | | ly(m)= | 0.4 |
| VERIFICAÇÃO | | | | | |
| 1ª Verificação | | | | 2ª Verificação | |
| u0(m)= | 1.03 | | | u1(m)= | 2.02 |
| ved0(kN/m2)= | 1056.14 | | | ved(kN/m2)= | 536.11 |
| vrldmax(kN/m2)= | 5500 | | | Vrldc(kN/m2)= | 530.03 |
| DIMENSIONAMENTO | | | | | |
| α (º)= | 90 | | | | |
| As/sr(cm2/m)= | 67.42 | As(cm2)= | | | |
| u out,ef(m)= | 7.3 | kd(m)= | 0.26 | | |
| e(m)= | 0.13 | e1(m)= | 0.05 | | |

Comparação dos resultados

A Tabela 5.1 faz um a comparação entre os resultados obtidos pelo cálculo feito à mão e os resultados obtidos usando o *XD-Punching*.

Tabela 5.1 - Comparação dos resultados do cálculo feito à mão versus programa

| VERIFICAÇÃO | | | | | | |
|-----------------|----------------|--------------|----------------|----------------|-------------|--------------|
| | 1ª Verificação | | | 2ª Verificação | | |
| | u0 (m) | ved0 (kN/m2) | Vrdmax (kN/m2) | u1 (m) | Ved (kN/m2) | Vrdc (kN/m2) |
| Á mão | 1.03 | 1048.54 | 5500 | 2.0 2 | 534.65 | 529.68 |
| No programa | 1.03 | 1056.14 | 5500 | 2.0 2 | 536.11 | 530.03 |
| DIMENSIONAMENTO | | | | | | |
| | As/sr (cm2/m) | u out,ef (m) | e (m) | Kd (m) | e1 (m) | |
| Á mão | 60.06 | 7.27 | 0.13 | 0.26 | 0.05 | |
| No programa | 67.42 | 7.30 | 0.13 | 0.26 | 0.05 | |

Os resultados apresentam uma ligeira diferença isto porque no cálculo feito à mão foram feitos alguns arredondamentos ao longo do cálculo, daí essa diferença no resultado.

5.3.2 Sapata

Considere a sapata centrada de um pilar solicitado na base com a seguinte combinação de esforços. Verifique o estado limite último de resistência ao punçoamento da sapata.

| | |
|--|------------------------|
| Materiais: | Pilar: |
| Betão C25/30 | $b_x = 0.40 \text{ m}$ |
| Aço A500 | $b_y = 0.40 \text{ m}$ |
| Esforços: | Sapata: |
| $V_{Ed} = 2000 \text{ kN}$ | $B_x = 2.90 \text{ m}$ |
| $M_{Ed,x} = 200 \text{ kNm}$ | $B_y = 2.90 \text{ m}$ |
| $M_{Ed,y} = 250 \text{ kNm}$ | $H = 0.90 \text{ m}$ |
| Armaduras: | $rec = 0.05 \text{ m}$ |
| $Asl = \# \emptyset 16 // .15 (13.40 \text{ cm}^2/\text{m})$ | |

- Escolha do elemento a dimensionar (sapata), dos materiais e o pilar:

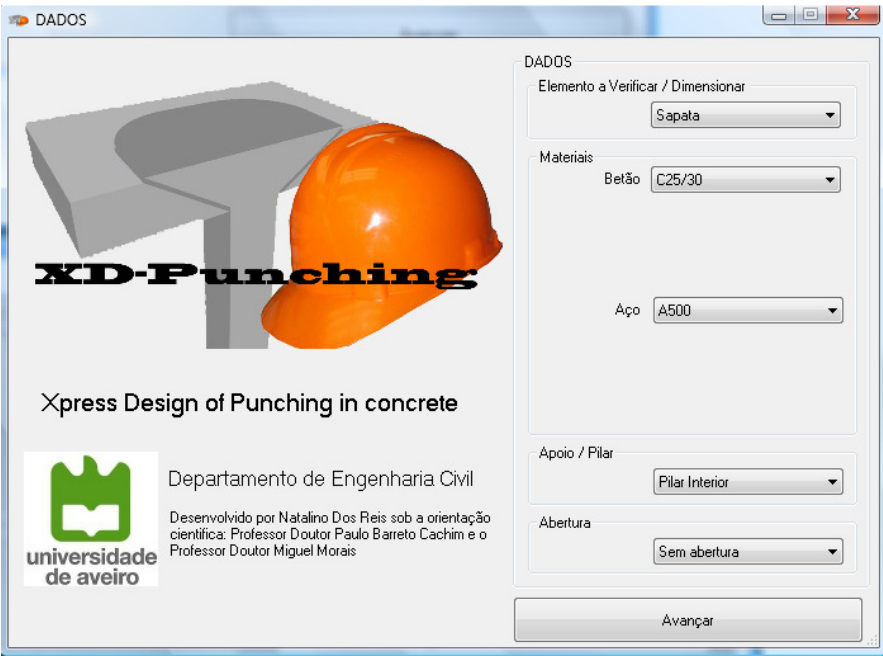


Figura: 5.23 – Dados

- Entrada de dados

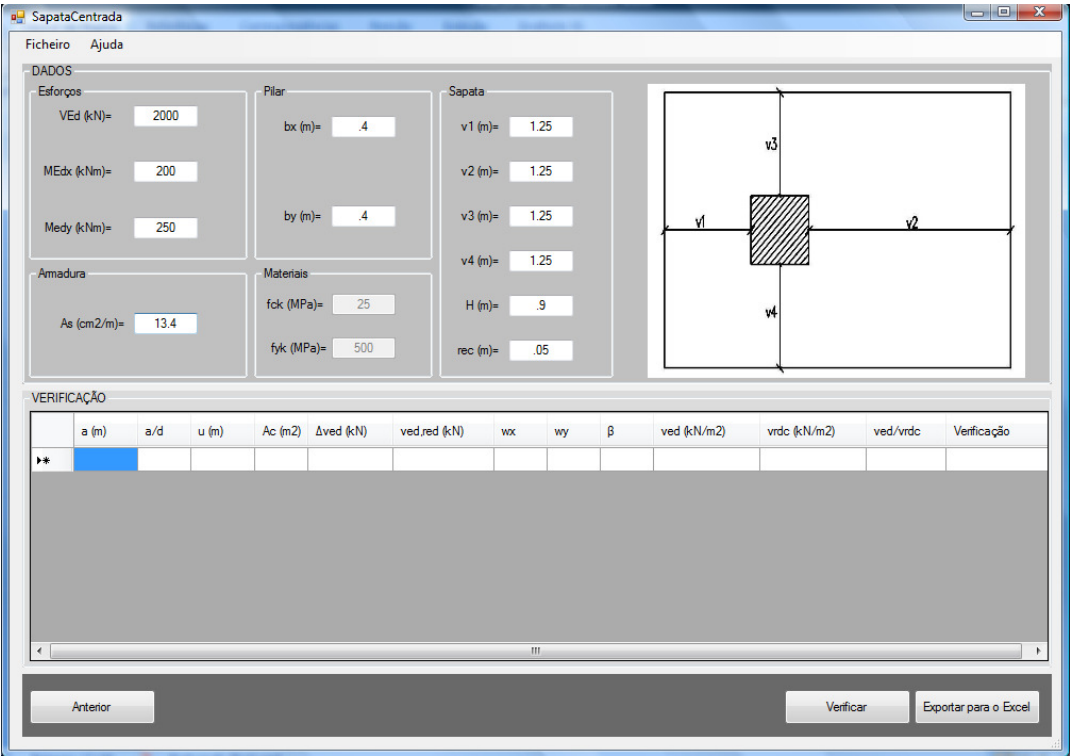


Figura: 5.24 - Entrada de dados

➤ Verificação

SapataCentrada

Ficheiro Ajuda

DADOS

Esforços

VEd (kN)= 2000

MEdx (kNm)= 200

Medy (kNm)= 250

Amadura

As (cm²/m)= 13.4

Pilar

bx (m)= 4

by (m)= 4

Materiais

fck (MPa)= 25

fyk (MPa)= 500

Sapata

v1 (m)= 1.25

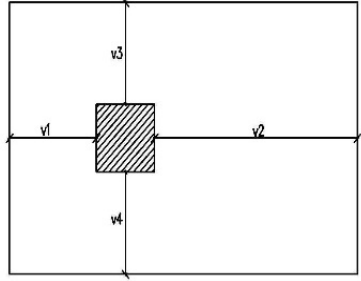
v2 (m)= 1.25

v3 (m)= 1.25

v4 (m)= 1.25

H (m)= .9

rec (m)= .05



VERIFICAÇÃO

| | a (m) | a/d | u (m) | Ac (m ²) | Δved (kN) | ved,red (kN) | wx | wy | β | ved (kN/m ²) | vrdc (kN/m ²) | ved/vrdc | Verificação |
|---|-------|-----|-------|----------------------|-----------|--------------|------|------|------|--------------------------|---------------------------|----------|-------------|
| | 0.09 | 000 | 2.13 | 0.32 | 59.39 | 1940.61 | 0.44 | 0.44 | 1.67 | 1785.70 | 6334.16 | 0.28 | Verifica |
| | 0.17 | 000 | 2.67 | 0.52 | 97.42 | 1902.58 | 0.71 | 0.71 | 1.54 | 1289.33 | 3167.08 | 0.41 | Verifica |
| | 0.26 | 000 | 3.20 | 0.77 | 143.91 | 1856.09 | 1.02 | 1.02 | 1.45 | 991.95 | 2111.39 | 0.47 | Verifica |
| ▶ | 0.34 | 000 | 3.74 | 1.07 | 198.87 | 1801.13 | 1.40 | 1.40 | 1.40 | 793.76 | 1583.54 | 0.50 | Verifica |
| | 0.43 | 001 | 4.27 | 1.41 | 262.28 | 1737.72 | 1.84 | 1.84 | 1.36 | 651.69 | 1266.83 | 0.51 | Verifica |
| | 0.51 | 001 | 4.80 | 1.79 | 334.15 | 1665.85 | 2.33 | 2.33 | 1.33 | 544.29 | 1055.69 | 0.52 | Verifica |
| | 0.60 | 001 | 5.34 | 2.22 | 414.48 | 1585.52 | 2.88 | 2.88 | 1.32 | 459.71 | 904.88 | 0.51 | Verifica |
| | 0.68 | 001 | 5.87 | 2.70 | 503.27 | 1496.73 | 3.49 | 3.49 | 1.30 | 390.91 | 791.77 | 0.49 | Verifica |

Anterior

Verificar

Exportar para o Excel

Figura: 5.25 – Verificação

Desenvolvimento de um programa de verificação ao punçoamento

Capítulo 5 – Programa de cálculo

➤ Saída de dados

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-------------------------------------|---------|--------------|--------------|------|------|--------------------|-------------|--------------|------------------|-------------|
| Nome | | Sapata do pilar interior retangular | | | | | | | | | | |
| DADOS | | | | | | | | | | | | |
| Esforços | | Geometria | | | | | | | | | | |
| Ved(kN)= 2000 | | Pilar | | Sapata | | | | Materiais | | | Armaduras | |
| Medx(kN.m)= 200 | | bx(m)= 0.4 | | v1(m)= 1.25 | | | | Betão fck(MPa)= 25 | | | Asl(cm2/m)= 13.4 | |
| Medy(kN.m)= 250 | | by(m)= 0.4 | | v2(m)= 1.25 | | | | Aço fyk(MPa)= 500 | | | | |
| | | | | v3(m)= 1.25 | | | | | | | | |
| | | | | v4(m)= 1.25 | | | | | | | | |
| | | | | H(m)= 0.9 | | | | | | | | |
| | | | | rec(m)= 0.05 | | | | | | | | |
| VERIFICAÇÃO | | | | | | | | | | | | |
| a (m) | a/d | u (m) | Ac (m2) | Δved (kN) | ved,red (kN) | wx | wy | β | ved (kN/m2) | vrdc (kN/m2) | ved/vrdc | Verificação |
| 0.09 | 0 | 2.13 | 0.32 | 59.39 | 1940.61 | 0.44 | 0.44 | 1.67 | 1785.7 | 6334.16 | 0.28 | Verifica |
| 0.17 | 0 | 2.67 | 0.52 | 97.42 | 1902.58 | 0.71 | 0.71 | 1.54 | 1289.33 | 3167.08 | 0.41 | Verifica |
| 0.26 | 0 | 3.2 | 0.77 | 143.91 | 1856.09 | 1.02 | 1.02 | 1.45 | 991.95 | 2111.39 | 0.47 | Verifica |
| 0.34 | 0 | 3.74 | 1.07 | 198.87 | 1801.13 | 1.4 | 1.4 | 1.4 | 793.76 | 1583.54 | 0.5 | Verifica |
| 0.43 | 1 | 4.27 | 1.41 | 262.28 | 1737.72 | 1.84 | 1.84 | 1.36 | 651.69 | 1266.83 | 0.51 | Verifica |
| 0.51 | 1 | 4.8 | 1.79 | 334.15 | 1665.85 | 2.33 | 2.33 | 1.33 | 544.29 | 1055.69 | 0.52 | Verifica |
| 0.6 | 1 | 5.34 | 2.22 | 414.48 | 1585.52 | 2.88 | 2.88 | 1.32 | 459.71 | 904.88 | 0.51 | Verifica |
| 0.68 | 1 | 5.87 | 2.7 | 503.27 | 1496.73 | 3.49 | 3.49 | 1.3 | 390.91 | 791.77 | 0.49 | Verifica |
| 0.77 | 1 | 6.41 | 3.22 | 600.52 | 1399.48 | 4.15 | 4.15 | 1.3 | 333.45 | 703.8 | 0.47 | Verifica |
| 0.85 | 1 | 6.94 | 3.79 | 706.23 | 1293.77 | 4.88 | 4.88 | 1.3 | 284.41 | 633.42 | 0.45 | Verifica |
| 0.94 | 1 | 7.47 | 4.4 | 820.4 | 1179.6 | 5.66 | 5.66 | 1.3 | 241.78 | 575.83 | 0.42 | Verifica |
| 1.02 | 1 | 8.01 | 5.06 | 943.03 | 1056.97 | 6.5 | 6.5 | 1.31 | 204.14 | 527.85 | 0.39 | Verifica |
| 1.11 | 1 | 8.54 | 5.76 | 1074.11 | 925.89 | 7.4 | 7.4 | 1.34 | 170.45 | 487.24 | 0.35 | Verifica |
| 1.19 | 1 | 9.08 | 6.51 | 1213.66 | 786.34 | 8.35 | 8.35 | 1.37 | 139.95 | 452.44 | 0.31 | Verifica |

Tratamento dos resultados

A Figura: 5.26 representa o comportamento da sapata ao punçoamento. A resistência ao punçoamento desde da distância $0.1d$ até a face da sapata. A figura representa claramente que a distância entre $0.4d$ a $0.8d$ está sujeito a maior esforço de punçoamento.

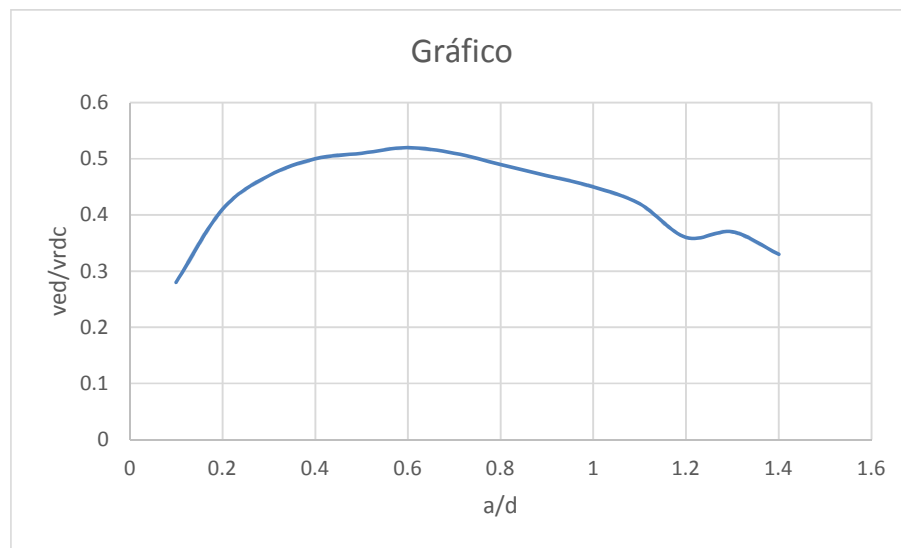


Figura: 5.26 - Comportamento da sapata ao punçoamento

6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Com o presente trabalho, pretendeu-se programar as expressões para verificação do Estado Limite Último da resistência ao punçoamento segundo o EC2. Foi desenvolvida em linguagem *C#* uma ferramenta informática, o *XD-Punching* para fazer uma rápida e expedita verificação ao punçoamento, com a finalidade de auxiliar os projetista no dimensionamento da estrutura em betão armado.

6.1 Conclusão

O *XD-Punching* permite a verificação da resistência ao punçoamento das lajes com ou sem capitel, sapata e ensoleiramento geral. Essa verificação faz a partir da introdução dos esforços de cálculo, as dimensões dos pilares, a altura da laje e o recobrimento mecânico das armaduras.

É possível com a iteração com o *MS Excel* exportar os dados, tanto os dados de entrada como também os resultados da verificação.

Se fizermos uma boa escolha do material (betão e aço), e uma altura da laje ou sapata podemos evitar o problema de punçoamento.

Nas ligações junto aos bordo livre sempre tem grandes problemas de punçoamento, isto que a elevada concentração de tensões tangenciais é distribuído por um pequeno perímetro de controlo. Daí tem se adotado muitas vezes nas construções a utilização de vigas na periferia da laje e fungiforme no interior.

6.2 Trabalhos Futuros

Como se sabe tudo tem um início, mas nunca se sabe onde termina, haverá sempre inovações, isto porque o utilizador está sempre à procura de novas respostas, novas soluções para o seu problema e isto não foge à regra.

A construção de edifícios em laje fungiforme está atualmente vulgarizada, e é frequente observar a adoção deste sistema estrutural em edifícios para os mais variados fins.

Enunciam-se alguns aspetos que seria interessante desenvolver num futuro próximo:

- Efeito da relação entre o vão e a espessura da laje. A utilização de relações l/h diferentes dá origem a diferentes relações entre os momentos flettores e a carga vertical atuantes, isto porque maior vão condiciona maior momento e se mantermos a secção do pilar, para resistir ao punçoamento temos que fazer variar a altura da laje.
- Efeito da percentagem geométrica da armadura longitudinal.
- Efeito de um carregamento cíclico.
- O efeito da variação da espessura da laje;
- Estudo do efeito das dimensões e forma do pilar na resistência ao punçoamento;
- Desenvolver uma programação que permita fazer a verificação da resistência ao punçoamento nas lajes que apoia em pilares com geometrias especiais como é o caso dos pilares de secção em T, L e outras configurações, ainda a verificação ao punçoamento nas sapatas desses mesmos pilares.

7 BIBLIOGRAFIA

- [1] http://www.nist.gov/el/disasterstudies/construction/condo_florida_1981.cfm
- [2] Gardner, N., J. Huh, et al. (2002). "Lessons from the Sampoong department store collapse." *Cement and Concrete Composites* 24(6): 523-529.
- [3] Wood, J. G. M. (1997). "Pipers Row Car Park, Wolverhampton." Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March.
- [4] Ghali, A.; Sargious, M. A.; Huizer, A.: "*Vertical Prestressing of Flat Plates Around Columns*", *Shear in Reinforced Concrete*, ACI, Special Publication SP 42, 1974, Detroit, Vol. 2, pp. 905-920.
- [5] El-Salakawy, E., K. Soudki, e M. A. Polak. "*Punching Shear Behavior of Flat Slabs Strengthened with Fiber Reinforced Polymer Laminates*". *Journal of Composites for Construction*, ASCE, 2004.
- [6] Lips S., Fernández Ruiz M., Muttoni A., *Experimental Investigation on Punching Strength and Deformation Capacity of Shear-Reinforced Slabs*, *ACI Structural Journal*, Vol. 109, USA, 2012, pp. 889-900.
- [7] REBAP: Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado, Porto Editora, Porto, 2006.
- [8] BSI, B. S. "8110-1: 1997". "Structural use of concrete—Part 1: Code of practice for design and construction."
- [9] NBR, A. (2003). "6118, Projeto de Estruturas de Concreto Armado e Protendido." Rio de Janeiro.
- [10] ACI Committee 318. 318M-08 Metric Building Code Requirements for Structural Concrete & Commentary. American Concrete Institute, Farmington Hills, 2008.

- [11] CEB-FIP; Fédération Internationale du Béton – *Model Code 1990 – Design Code*. Lausanne, 1993.
- [12] NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios, 2010.
- [13] Imagens. "*Centro Comercial Sampoong*". Sampoong, Séul Coreia: [www.google.pt/imagens \(sampoong\)](http://www.google.pt/imagens(sampoong)), 1995.
- [14] Folhas de apoio às aulas de Betão armado e pré-esforçado 2, IST, 2005.
- [15] Ramos, A. M. P.; Lúcio, V. J. G.: "*Técnicas de Reparação e Reforço ao Punçoamento de Lajes Fungiformes*", Relatório IC/IST DT nº4/96, Instituto da Construção, Departamento de Engenharia Civil, IST, Novembro, 1996.
- [16] Ramos, A. M. P.: "*Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-Esforçadas*", Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Março de 2003.
- [17] Luís, M. A. S. (2010). "Punçoamento cíclico de lajes fungiformes reforçadas com pré-esforço transversal."
- [18] Loureiro, H. (2011). *C# 4.0 com Visual Studio 2010. Curso Completo*. FCA, Lisboa, Portugal, 589 p
- [19] Watson, K., Nagel, C., Pedersen, J. H., Reid, J., and Skinner, M. (2010). *Beginning Visual C# 2010*, Wiley Publishing, Inc.